

Ejercicios de matrices.

1.- Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calcular: $A + B$, $A - B$, $A B$, $B A$, A^2 y B^2 .

2.- Dada las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 \\ -4 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Calcular: $A + B$, $A - B$, $A B$, $B A$, A^2 , B^2 y A^3 .

3.- Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -3 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & -1 \\ 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$.
Calcular $3A$, $3A + 2C$, CA y AB .

4.- Calcular $A^2 - 3A - I$, siendo $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ e I la matriz unidad adecuada.

5.- Si A es una matriz cuadrada $n \times n$ e idempotente, I la matriz unidad, ¿qué matriz es B^2 , siendo $B = 2A - I$?

6.- Obtener las matrices A y B que verifiquen el sistema:

$$\left. \begin{aligned} 2A + B &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A - 3B &= \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\}$$

7.- Demostrar que $A^2 - A - 2I = O$, siendo $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ e I la matriz unidad adecuada.

8.- Resolver la siguiente ecuación matricial: $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x \\ y & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$

9.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcula A^n .

b) Comprueba que la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -n \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ es la matriz inversa de A^n .

10.- Hallar todas las matrices A que satisfacen la ecuación:

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

11.- Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$, se pide:

a) Hallar la matriz $3A A^t - 2I$.

b) Resolver la ecuación matricial: $A X = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

12.- Una matriz cuadrada M es ortogonal si cumple $M^t M = I$, donde I es la matriz identidad y M^t es la traspuesta de M . Determinar si la matriz A es ortogonal, siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

13.- Sea A una matriz cuadrada que verifica $A^2 + A = I$. Calcular, de forma simplificada e indicando las propiedades utilizadas, $(A + I)^2 - (A + I)$. Siendo I la matriz unidad.

14.- Considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 4 \\ 1 & -4 & -5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

a) Prueba que $A^3 + I = O$, siendo I la matriz identidad 3×3 y O la matriz nula 3×3 .

b) Calcula A^{10} .

15.- Determina una matriz X que verifique la ecuación $AX = X - B$ siendo

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix}.$$

16.- Considera las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calcula $A.B$, $A.C$, $A^t.B^t$ y $C^t.A^t$, siendo A^t , B^t y C^t las matrices traspuestas de A , B y C , respectivamente.