EJERCICIOS DE REPASO DE LA UD 9: SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

En esta relación nos adaptamos a las circunstancias, os dejo en azul sugerencias que normalmente no tendréis.

Ejercicio 1: Resuelve matricialmente la siguiente ecuación: $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} . X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 2: Resolver matricialmente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\left.\begin{array}{r} 2x - 3y + 5z = 1 \\ 3x + 4y - 2z = x - 6 \\ x - 2y + 4z = 2 + y \end{array}\right\}$$

Ejercicio 3: **Discutir** y resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales por el método de eliminación de Gauss:

a) $\left.\begin{array}{r} 2x + 3y - 7z = -1 \\ 3x + 4y - 6z = 5 \\ 5x - 2y + 4z = -7 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x - 2y + z = 1 \\ 2x - y + 2z = 4 \\ x - 5y + z = -1 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} 2x - 3y + z = 0 \\ x + y + 2z = 0 \\ 3x - 2y + z = 0 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} x - y + z = 5 \\ 2x - 2y - 3z = 5 \\ 4x - 4y - z = 15 \end{array}\right\}$

Observa que el apartado c es un sistema homogéneo.

Ejercicio 4: Discutir según el teorema de Rouché-Frobenius los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y resuelve por la regla de Cramer los sistemas compatibles determinados y por Gauss los SCI:

a) $\left.\begin{array}{r} 3x - 2y + z = 5 \\ x + 2y - z = 3 \\ -x + 6y - 3z = 1 \end{array}\right\}$

b) $\left.\begin{array}{r} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 4y - 6z = 6 \end{array}\right\}$

c) $\left.\begin{array}{r} x - 2y - 3z = 1 \\ 3x + 2y + 2z = 1 \\ -2x + 3y + z = -9 \end{array}\right\}$

d) $\left.\begin{array}{r} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 4y - 6z = 11 \end{array}\right\}$

e) $\left.\begin{array}{r} 2x + y + 3z = 0 \\ x + 2y + z = 0 \\ x - 4y + 3z = 0 \end{array}\right\}$

f) $\left.\begin{array}{r} x + 3y - z + t = 0 \\ 2x - 3y + z - t = 0 \\ x + 2y - z + 2t = 0 \end{array}\right\}$

Ejercicio 5: Considera el sistema $\left.\begin{array}{r} 3x-2y+z=5 \\ 2x-3y+z=-4 \end{array}\right\}$

a) (1,5 puntos) Calcula razonadamente un valor de t para que el sistema resultante al añadirle la ecuación x + y + tz = 9 sea compatible indeterminado.
b) (1 punto) ¿Existe algún valor de t para el cual el sistema resultante no tiene solución?

Ejercicio 6: Sea el siguiente sistema de ecuaciones $\left.\begin{array}{r} \lambda x+y+z=\lambda+2 \\ 2x-\lambda y+z=2 \\ x-y+\lambda z=\lambda \end{array}\right\}$

a) (1,75 puntos) Discútelo según los valores de λ, estudia el rango por determinantes. ¿Tiene siempre solución?
b) (0,75 puntos) Resuelve el sistema para λ = 1.

Ejercicio 7: Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{r} x+y=1 \\ ky+z=0 \\ x+(k+1)y+kz=k+1 \end{array}\right\}$$

a) (1,25 puntos) Determina el valor del parámetro k para que sea incompatible, estudia el rango por Gauss.
b) (1,25 puntos) Halla el valor de k para que la solución del sistema tenga x = 2.

Ejercicio 8.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales $\left\{\begin{array}{r} x+y+mz=m^2 \\ y-z=m \\ x+my+z=m \end{array}\right.$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores del parámetro m, utilizando el estudio del rango por determinantes.
b) [1 punto] Resuélvelo para m = 1. Para dicho valor de m, calcula, si es posible, una solución en la que z = 2.

Ejercicio 9: Considera las matrices A = $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ y X = $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$

a) [1,5 puntos] Discute el sistema de ecuaciones dado por AX = mX según los valores del parámetro m. Debes expresar la ecuación teniendo en cuenta que es un sistema homogéneo.
b) [0,5 puntos] Da la solución del sistema en los casos en que es compatible determinado.

c) [0,5 puntos] Para m = 3 resuelve el sistema y halla, si es posible, una solución en la que $x + y + z = 3$.

Ejercicio 10: Considera el sistema de ecuaciones lineales dado por la ecuación AX = B siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & m-2 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} m \\ 2m+1 \\ m-1 \end{pmatrix}$

a) [1,25 puntos] Discute el sistema según los valores de m, utilizando el método de Gauss.
b) [1,25 puntos] Para m = 2, calcula, si es posible, una solución del sistema anterior para la que z = 17.

Ejercicio 11: Tenemos 3 clases de alimentos x, y, z. El "x" tiene una unidad de vitamina A, 3 unidades de vitamina B y 4 unidades de vitamina C; el "y" tiene 2, 3 y 5 unidades respectivamente; el "z" tiene 3, 3 y 6 unidades. Necesitamos 11 unidades de vitamina A, 9 de B y 20 de C. Halla las cantidades posibles de los 3 alimentos que dan exactamente estas unidades de vitaminas.

Ejercicio 12: Sabemos que el coste de 3 lápices, 1 rotulador y 2 carpetas es de 15 euros, mientras que el de 2 lápices, 4 rotuladores y 1 carpeta es de 20 euros.
a) Sabiendo que 1 lápiz y 7 rotuladores cuestan 25 euros ¿podemos deducir el precio de cada uno de los artículos? Razona la respuesta.
b) Si por el precio de una carpeta se pueden comprar 10 lápices ¿cuánto cuesta cada uno de los artículos?

Ejercicio 13: De los datos recabados en un informe sobre los beneficios obtenidos por las empresas A, B y C el pasado año, se desprende lo siguiente:
- La empresa B obtiene el mismo beneficio que las empresas A y C juntas.
- El beneficio de la empresa A es la media aritmética del de las otras dos.

a) Determina si se puede hallar el beneficio de cada empresa sabiendo que A ha obtenido el doble que C.
b) Calcula el beneficio de cada empresa sabiendo que entre las tres han obtenido 210 millones de euros.