

UNIDAD 3: POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS.

3.1 OPERACIONES CON POLINOMIOS. DIVISIÓN DE POLINOMIOS.

Ejercicio 1: Calcular el valor numérico de los siguientes polinomios o expresiones algebraicas en el número indicado:

- a)  $P(x) = 6x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  en  $x = 1$
- b)  $P(x) = 6x^3 - 2x^2 + 3x - 1$  en  $x = -2$
- c)  $Q(x) = x^2 - 2x + 1$  en  $x = 1$ .
- d)  $R(x) = \sqrt{3}x + 3$  en  $x = 2$
- e)  $S(x,y) = 2x^3y^2 + 3xy - 2$  en  $x = 1, y = -3$
- f)  $T(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$  en  $x = 0$  y en  $x = -2$
- g)  $U(x,y,z) = xy/z$  en  $x = 1, y = 2$  y  $z = 3$

Ejercicio 2: Suma los siguientes polinomios:

- a)  $(2x^3 - 3x^2 + 3) + (4x^3 - 2x^2 - 3x + 1) =$
- b)  $(3x^5 - 3x^3 + 3x - 3) - (2x^6 + 3x^4 - 3x^3 + 2x^2 - x + 1) =$
- c)  $(4x^4 - 3x^3 + x^2) - (3x^3 + x^2 + 3) + (2x^4 + 3x^3 - 2x + 5) =$
- d)  $\left(\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 5\right) - \left(\frac{4}{3}x^3 + \frac{5}{3}x^2 - \frac{2}{7}x - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{3}{5}x + \frac{1}{2}\right) =$
- e)  $(3x^2y^3 + 3xy^2 + 3x) - (x^4 - 2x^2y^3 - xy^2 + 1) =$

Ejercicio 3: Calcula, si tienes dudas puedes ver <https://www.youtube.com/watch?v=LdzyooK7qEw>

<https://www.youtube.com/watch?v=cotRZEAIIdJg> :

- a)  $2xy \cdot 3x^2y =$
- b)  $\frac{1}{2}x \cdot 3x^2 =$
- c)  $2x(x^2 + 1) =$
- d)  $3x^2(3 - 2x) =$
- e)  $(2x^2 - 3)(x^2 - 2x + 1) =$
- f)  $(x^2 + x + 1)(x + 1) = x^3 + 2x^2 + 2x + 1$
- g)  $(3x^3 - 5x^2 + 2x - 3)(x^2 - 2x - 3) =$
- h)  $(x^3 - 3x + 1)(x^2 + 2x - 1) =$
- i)  $(x^4 - 3x^3 + x^2 + 1)(2x^3 + x - 2) =$
- j)  $-3x^2y^3 \cdot (-5xy^2) =$
- k)  $-\sqrt{2}x \cdot (-5x^3) \cdot (-2x^2) =$
- l)  $3x^2y(xy - 2x) =$
- m)  $-2x \cdot (5x + 3) =$
- n)  $(x^2 + 1)(3x^2 + 2x - 3) =$

Ejercicio 4: Sacar factor común de los siguientes polinomios, puedes ver <https://www.youtube.com/watch?v=OZVX-OV8ysU> :

- a)  $2x^3 - 3x^2 + 3x =$
- b)  $4x^3 - 2x^2 - 6x =$
- c)  $3x^5 - 3x^3 + 3x^2 =$
- d)  $3x^4 - 3x^3 + 2x^2 =$
- e)  $2xy + 3x^2y + 5x^2y^2 =$
- f)  $-2xy + 4x^2y^3 - 8x^3y =$

Ejercicio 5: Calcular las siguientes potencias, :

- a)  $(-2x)^2 =$
- b)  $(-2x^5)^3 =$
- c)  $(3x^2y^3z)^3 =$
- d)  $(3x^2)^2 =$
- e)  $(-\frac{1}{2}x^4y)^5 =$

Ejercicio 6: Calcula los siguientes productos notables,

<https://www.youtube.com/watch?v=goHUDRbeejM> :

- |                         |                                 |                       |
|-------------------------|---------------------------------|-----------------------|
| a) $(x + 2)^2 =$        | b) $(2x + 3)^2 =$               | c) $(5 - 4x)^2 =$     |
| d) $(2x - 3)^2 =$       | e) $(2x + 3x^2)^2 =$            | f) $(-x^2 - 3x)^2 =$  |
| g) $(-5 + 4x)^2 =$      | h) $(-2x - 3x^2)^2 =$           | i) $(x + 3)(x - 3) =$ |
| j) $(2x + 5)(2x - 5) =$ | k) $(-2x^2 + 3x)(-2x^2 - 3x) =$ |                       |

Ejercicio 7: Calcula:

- |                        |                               |
|------------------------|-------------------------------|
| a) $(x^2 + x + 1)^2 =$ | b) $(2x^2 - 3x + 5)^2 =$      |
| c) $(x - 1)^3 =$       | d) $(3x^2 - x + 2)(-x - 2) =$ |

Ejercicio 8: Expresa en forma de producto notable:

- |                       |                        |                        |
|-----------------------|------------------------|------------------------|
| a) $x^2 - 4x + 4 =$   | b) $9x^2 + 30x + 25 =$ | c) $9x^2 - 30x + 25 =$ |
| d) $4x^2 - 12x + 9 =$ | e) $x^2 - 9 =$         | f) $x^2 - 16 =$        |
| g) $4x^2 - 25 =$      | h) $x^2 - 1 =$         | i) $4x^2 + 24x + 36 =$ |

Ejercicio 9: Divide los siguientes monomios y polinomios, para la división de polinomios mira el apartado c del siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=f2Gzfua7z9s> :

- |  |  |
|--|--|
| a) $6x^2y : 2xy =$                             | b) $-3x^2y^3 : (-5xy^2) =$                   |
| c) $6x^5 : 3x^2 =$                             | d) $9x^2y : (-\frac{1}{3}xy) =$              |
| e) $(2x^4 - 3x^3 + 2x - 8) : (x^2 + x) =$      | f) $(x^2 - 8x - 24) : (x^2 - 3) =$           |
| g) $(x^3 - 5x^2 + 8x - 9) : (x + 6) =$         | h) $(3x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 12) : (x^3 - 1) =$ |
| i) $(-4x^4 - 5x^2 + 8x - 10) : (2x^2 + 1) =$   | j) $(6x^3 + x^5 - 12x + 6) : (x^3 - 4) =$    |
| k) $(-9x^2 + 6x^6 - 4x^4 - 10) : (2 + 2x^4) =$ |  |

Ejercicio 10:

a) ¿Cuánto ha de valer a y b para que la siguiente división sea exacta?

$$(x^4 - 5x^3 + 3x^2 + ax + b) : (x^2 - 5x + 1)$$

b) ¿Cuánto ha de valer a y b para que el resto de la división sea  $3x - 7$ ?

Ejercicio 11: Expresa el resultado de las siguientes divisiones en la forma  $\frac{D}{d} = C + \frac{R}{d}$  :

- |                                       |                                   |                                      |
|---------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\frac{x+9}{x+6} =$                | b) $\frac{x+6}{x+9} =$            | c) $\frac{2x+3}{2x} =$               |
| d) $\frac{x^2+2x+5}{x^2+2x+2} =$      | e) $\frac{3x^2-4}{x+1} =$         | f) $\frac{x^3-x^2+2x+1}{x^2+5x-2} =$ |
| g) $\frac{x^4+3x^2+2x+3}{x^2+4x-1} =$ | h) $\frac{3x^3+4x^2-5x+2}{x+2} =$ |                                      |

### 3.2 REGLA DE RUFFINI. FACTORIZACIÓN DE POLINOMIOS.

Ejercicio 12: Calcula aplicando la regla de Ruffini, el cociente y el resto de las siguientes divisiones, <https://www.youtube.com/watch?v=t8YrL3OFtRo>:

- |   |  |
|---|--|
| a) $(x^3 - 3x^2 + 2x + 4) : (x + 1) =$  | b) $(5x^5 + 14x^4 - 5x^3 - 4x^2 + 5x - 2) : (x + 3) =$ |
| c) $(2x^3 - 15x - 8) : (x - 3) =$       | d) $(x^4 + x^2 + 1) : (x + 1) =$                       |
| e) $(2x^4 + x^3 - 5x - 3) : (x - 2) =$  | f) $(x^5 - 32) : (x - 2) =$                            |
| g) $(4x^3 + 4x^2 - 5x + 3) : (x + 1) =$ | h) $(2'5x^3 + 1'5x^2 - 3'5x - 4'5) : (x - 1) =$        |

Ejercicio 13: Hallar el valor de m para que cada una de estas divisiones sea una división exacta:

a)  $(x^3 + 8x^2 + 4x + m) : (x + 4) =$

b)  $(2x^3 - 10x^2 - 5x + m) : (x - 5) =$

c)  $(2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - m) : (x - 2) =$

d)  $(12x^2 - 3x + m) : (x - 8) =$

e)  $(x^2 + 4x - m) : (x + 3) =$

f)  $(x^3 - 5x^2 + m) : (x - 1) =$

g)  $(5x^4 + 2x^2 + mx + 1) : (x - 3) =$

h)  $(x^5 - 4x^3 + mx^2 - 10) : (x + 1) =$

Ejercicio 14: Factoriza los siguientes polinomios, utilizando las raíces de la ecuación de 2º grado:

a)  $x^2 - x - 6$

b)  $6x^2 + x - 2$

c)  $2x^2 - 50$

d)  $x^2 + 2x + 1$

e)  $x^2 + x$

f)  $6x^2 + 7x - 3$

g)  $40x^2 + 6x - 18$

Ejercicio 15: Descompón los siguientes polinomios utilizando los productos notables:

a)  $x^2 - 4x + 4$

b)  $x^2 - 4$

c)  $x^2 - 25$

d)  $4x^2 + 12x + 9$

e)  $9x^2 - 6x + 1$

f)  $16x^2 + 16x + 4$

Ejercicio 16: Descompón los siguientes polinomios, sacando factor común y utilizando los productos notables:

a)  $x^3 - 16x$

b)  $x^6 - x^2$

c)  $2x^3 - 8x$

d)  $x^3 + 6x^2 + 9x$

e)  $x^3 - 10x^2 + 25x$

f)  $x^4 - 6x^3 + 9x^2$

Ejercicio 17: Descompón los siguientes polinomios

[https://www.youtube.com/watch?v=X\\_hA6i6Ykk](https://www.youtube.com/watch?v=X_hA6i6Ykk) :

a)  $x^3 - x^2 - 4x + 4$

b)  $x^3 - 2x^2 - x + 2$

c)  $x^3 - 6x^2 + 6x - 6$

d)  $x^4 - x^3 - 9x^2 + 9x$

e)  $x^4 - 5x^3 - x^2 + 5x$

f)  $x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$

g)  $6x^2 + x - 1$

h)  $x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x^2 + 2x - 3$

i)  $6x^4 + x^3 - 48x^2 - 37x + 30$

j)  $x^3 - 25x$

k)  $x^3 + x + 1$

l)  $x^3 - 16x$

m)  $12x^3 - 38x^2 - 24x + 90$

n)  $x^5 + x^4 - 5x^3 + 3x^2$

### 3.3 FRACCIONES ALGEBRAICAS.

Ejercicio 18: Simplifica las siguientes fracciones:

a)  $\frac{x+7}{x}$

b)  $\frac{x-2}{-x^2+2x}$

c)  $\frac{2x^3+10x^2+12x}{x^3+3x^2+2x} =$

d)  $\frac{x^4+3x^3-13x^2-15x}{x^3+x^2-9x-9} =$

e)  $\frac{x^3-4x}{x^4+4x^3+4x^2} =$

f)  $\frac{2(2x^3-5x^2+x+2)}{2x^3+x^2-8x-4} =$

g)  $\frac{x^3+3x^2-3x-15}{x^3+x^2-9x-9} =$

h)  $\frac{6x^5+7x^4-x^3-2x^2}{-2x^3-x^2+x} =$

Ejercicio 19: Efectúa:

a)  $\frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x+1} =$

b)  $\frac{1}{x^2} + \frac{2x}{x+1} =$

c)  $\frac{1}{x^2-1} + \frac{2x}{x+1} - \frac{x}{x-1} =$

d)  $\frac{3x}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} - \frac{3x}{x^2+4x+4} =$

Ejercicio 20: Efectúa las siguientes operaciones:

$$a) \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 2} \times \frac{2x - 4}{x + 5} =$$

$$b) \frac{2x^2 + x - 3}{x - 2} : \frac{2x + 3}{x + 5} =$$

$$c) \frac{x + 2}{x} : \left( \frac{x - 1}{3} \cdot \frac{x}{2x - 2} \right) =$$