OPTIMIZACIÓN

1) Se dispone de un hilo metálico de longitud 140 m. Se quiere dividir dicho hilo en tres trozos de tal manera que uno de ellos tenga doble longitud que otro y que al construir con cada uno de ellos un cuadrado, la suma de las áreas de los tres cuadrados sea mínima. Encuentra la longitud de cada trozo.

2) De entre todos los números reales positivos x, y, tales que $x + y = 10$, encuentra aquellos para los que el producto $p = x^2 y$ es máximo.

3) Calcula las medidas del rectángulo de área máxima cuyo perímetro sea de 24 cm.

4) Halla dos números tales que el doble del primero más el triple del segundo sea 24 y que su producto sea máximo.

5) De entre todos los triángulos rectángulos de hipotenusa 10 cm, halla la longitud de los catetos del que tiene perímetro máximo. Haz la comprobación de la solución obtenida corresponde realmente a un perímetro máximo.

6) Se quiere construir una piscina de tal forma que la planta esté formada por un rectángulo y por un semicírculo que tenga como diámetro uno de los lados del rectángulo. De entre todas las piscinas de esta forma con una superficie de 50 m^2, ¿cuál es la de perímetro mínimo?

7) Considera un prisma recto de base rectangular, con dos de los lados de este rectángulo de longitud doble que los otros dos. Encuentra las dimensiones que ha de tener este prisma para que su área total sea de 12 m^2, y su volumen, máximo.

8) Un almacén tiene forma de prisma recto de base cuadrada y volumen 768 m^3. Se sabe que la pérdida de calor por las paredes es de 100 u/m^2, mientras que por el techo es de 300 u/m^2. La pérdida por el suelo es muy pequeña y se puede considerar despreciable. Calcula las dimensiones del almacén para que la pérdida total de calor sea mínima.

9) Tenemos que hacer dos chapas cuadradas de distintos materiales. Los dos materiales tienen precios de 2 € y 3 € por centímetro cuadrado, respectivamente. Cómo hemos de elegir los lados de los cuadrados si queremos que el coste total sea

mínimo, teniendo en cuenta que la suma de los perímetros de los cuadrados ha de ser de un metro.

10) ¿Cuál es el perímetro mínimo que puede tener un sector circular de 25 m^2 de área?

11) En un jardín diseñamos dos parterres, uno circular y el otro cuadrado. Para construirlos disponemos de una cuerda de 100 m. Averigua el perímetro de cada uno de ellos, si queremos que la suma de las áreas sea máxima.

12) Calcula el área máxima que puede tener un sector circular de 8 metros de perímetro.

13) Suponiendo un pueblo situado en el punto A (0, 4) de un sistema de referencia cartesiano, el tramo del río próximo al pueblo describe la curva $y = \frac{1}{4}x^2$ en el intervalo (-3, 3). Considerando este tramo, averigua qué punto del río está más lejos del pueblo y si hay algún punto a una distancia inferior a 2.

14) Halla el punto de la parábola $y = 27 - x^2$, situado en el primer cuadrante, tal que el triángulo determinado por la tangente a la parábola en ese punto y los ejes de coordenadas tenga área mínima. Obtén el punto y el valor del área.

15) Considera un depósito constituido por una semiesfera, de radio r, a la que se le ha añadido un cilindro circular del mismo radio y de altura h. Calcula r y h de manera que el área total de las paredes y de la tapa sea de 5 m^2 y tenga volumen máximo. La tapa es un disco de radio r que se coloca sobre el cilindro.

16) Desde una casa situada en el punto P(7, 0) se quiere hacer un camino recto para conectarla con una carretera cuyo trazado viene dado por la curva de ecuación $y = \sqrt{1 + 2x + 2x^2}$. ¿Con qué punto de la carretera conecta el camino más corto posible?

17) La hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 90 cm. Si se hace girar alrededor de uno de sus catetos, el triángulo engendra un cono. ¿Qué medidas han de tener los catetos del triángulo para que el volumen del cono engendrado sea máximo?