

Ejercicios de repaso de la unidad 11: RECTAS Y PLANOS DEL ESPACIO.

- 1- Dado el triángulo de vértices $A=(1,-3,2)$, $B=(3,-1,0)$ y $C=(-1,5,4)$.
- Determinar las coordenadas del baricentro.
 - Si ABCD es un paralelogramo, determinar las coordenadas de D.
 - Calcula el área del triángulo ABC.
- 2- Dados los puntos $A(-1,0,2)$ y $B(4,2,6)$, hallar:
- Las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en tres partes iguales.
 - Las coordenadas de los puntos que dividen al segmento AB en cinco partes iguales.
- 3- Determinar las ecuaciones paramétricas, continua y generales de la recta r determinada por el punto P y con vector de dirección \vec{v} en cada uno de los siguientes apartados:
- | | |
|---|---|
| a) $P = (1,-2,3)$ y $\vec{v} = (1,0,0)$ | b) $P = (0,0,1)$ y $\vec{v} = (1,-1,0)$ |
| c) $P = (1,0,-3)$ y $\vec{v} = (0,0,5)$ | d) $P = (4,4,1)$ y $\vec{v} = (2,-1,1)$ |
- 4- Determinar las ecuaciones generales de las rectas que pasando por el punto $P = (1,-2,5)$ son paralelas:
- al eje OX.
 - al eje OY.
 - al eje OZ.
- 5- Hallar la ecuación continua de la recta determinada por los puntos A y B en cada uno de los casos siguientes:
- | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|
| a) $A = (0,0,0)$ y $B = (-1,7,2)$ | b) $A = (0,1,3)$ y $B = (0,2,1)$ |
| c) $A = (-1,-3,2)$ y $B = (4,1,2)$ | d) $A = (2,0,0)$ y $B = (-1,3,0)$ |
- 6- Determina si los puntos A, B y C son colineales o coplanarios en los siguientes apartados:
- | | |
|---|--|
| a) $A = (0,0,1)$, $B = (-1,-1,4)$ y $C = (3,7,-8)$ | b) $A=(0,0,0)$, $B=(1,-1,1)$ y $C=(2,-2,2)$ |
|---|--|
- 7- Halla la ecuación de la recta s que pasa por el punto A y es paralela a la recta r en los siguientes apartados:
- | | |
|---|--|
| a) $A=(1,2,-3)$ r: $\left. \begin{array}{l} x = -1 + 3\lambda \\ y = 2\lambda \\ z = 2 - \lambda \end{array} \right\} \lambda \in \mathbb{R}$ | b) $A=(4,0,-1)$ r: $\left. \begin{array}{l} x + y = 0 \\ x + z - 1 = 0 \end{array} \right\}$ |
|---|--|
- 8- Determina las ecuaciones paramétrica y general del plano determinado por el punto A y los vectores \vec{u} y \vec{v} en cada uno de los casos siguientes:
- $A = (-2, 3, 1)$, $\vec{u} = (2, -3, 0)$ y $\vec{v} = (1, 0, 1)$
 - $A = (0, 1, 1)$, $\vec{u} = (2, 0, 0)$ y $\vec{v} = (0, -1, 0)$
 - $A = (1, 2, 3)$, $\vec{u} = (-1, 0, 2)$ y $\vec{v} = (1, -1, 3)$
 - $A = (-1, 0, 3)$, $\vec{u} = (-4, 6, 8)$ y $\vec{v} = (6, -9, -12)$

9- Determinar la ecuación general del plano que pasan por el punto $A = (-1, 3, -5)$ y es paralelo al plano coordenado OXY .

10- Hallar las ecuaciones paramétricas y general de los planos determinados por los puntos A, B y C en los siguientes apartados:

a) $A=(0,0,0), B=(1,1,1), C=(-1,4,2)$

b) $A=(0,1,3), B=(1,0,3), C=(1,3,0)$

c) $A=(-1,3,7), B=(1,1,0), C=(1,-2,4)$

d) $A=(-1,1,3), B=(1,1,-1), C=(3,1,5)$

11- Dado el punto $A = (4, 0, 1)$ y las rectas $r: \left. \begin{array}{l} x = 1 - 2\lambda \\ y = \frac{3}{2} + \lambda \\ z = 2 + 2\lambda \end{array} \right\} \lambda \in \mathbb{R}$ y $r': \left. \begin{array}{l} x + y - 2 = 0 \\ 2x - z + 3 = 0 \end{array} \right\}$

a) Halla las ecuaciones del plano α que pasa por el punto A y es paralelo a las rectas r y r' .

b) Hallar las intersecciones del plano α con los planos coordenados.

c) Hallar su ecuación segmentaria.

d) Calcula el volumen del tetraedro formado por α y los planos coordenados.

12- Dados los puntos $A=(1,2,3), B=(0,1,1), C=(1,0,1), D=(1,1,0)$:

a) Demuestra que no son coplanarios.

b) Calcula el volumen del tetraedro que forman dichos puntos.

c) Comprobar que los puntos medios de los lados AB, BC, CD y DA son los vértices de un paralelogramo. Calcula su área.

13- Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto $A=(1,-1,2)$ y contiene a la recta:

$$r: \left. \begin{array}{l} x + 3y - z = 0 \\ x - y + z - 3 = 0 \end{array} \right\}$$

14- Calcula la ecuación del plano que contiene a la recta $r: \left. \begin{array}{l} x + y + z = 1 \\ x - y + z = -1 \end{array} \right\}$ y es paralelo al plano $\alpha: 2x + y + 2z = 0$.

15- Calcula la ecuación segmentaria del plano que pasa por el punto $P=(1,2,-3)$ y es paralelo al plano $\alpha: x - y + z - 1 = 0$.

16- Hallar a para que las rectas $r: \frac{x-1}{a} = \frac{y}{4} = \frac{z}{2}$ y $s: x = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ sean perpendiculares.

17- Hallar la ecuación del plano que contiene a $r: \left. \begin{array}{l} x + y + z = -1 \\ 2x - y + 3z = 2 \end{array} \right\}$ y es paralelo a la recta $s: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$.