

ACTIVIDADES DE REPASO DE LA UNIDAD 2: DERIVADAS

Ejercicio 1.- Dada la función $f(x) = \frac{k}{(x-a)(2x-1)}$ para $x \neq a$ y $x \neq \frac{1}{2}$. Halla a y k sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto $(0, 2)$ y que la recta $x = 2$ es una asíntota de dicha gráfica.

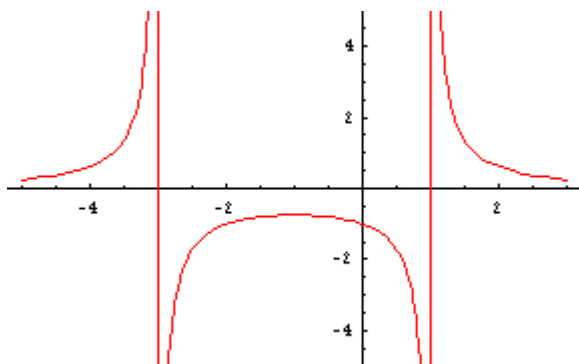
Ejercicio 2.- Sea $f : (-\infty, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} x + 2e^{-x} & \text{si } x \leq 0 \\ a\sqrt{b-x} & \text{si } 0 < x < 1 \end{cases}$$

a) [1'5 puntos] Determina a y b sabiendo que f es derivable en todo su dominio.

b) [1 punto] Halla la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa $x = 0$.

Ejercicio 3.- (2'5 puntos) Determina a , b y c para que la curva $y = \frac{a}{x^2 + bx + c}$ sea la siguiente



Ejercicio 4.- Considera la función $f : (-\infty, 10) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = \begin{cases} a^x - 6 & \text{si } x < 2 \\ |x - 5| & \text{si } 2 \leq x < 10 \end{cases}$

(a) (1 punto) Determina el valor de a sabiendo que f es continua (y que $a > 0$).

(b) (0'5 puntos) Esboza la gráfica de f .

(c) (1 punto) Estudia la derivabilidad de f para $a = 3$.

Ejercicio 5.- Se sabe que la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & \text{si } x < 0 \\ x^2 + 2a \cos(x) & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ ax^2 + b & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$

es continua.

a) [1,5 puntos] Determina a y b .

b) [1 punto] Estudia la derivabilidad de f para $a = 1$ y $b = -2$.

Ejercicio 6.- [2,5 puntos] Calcula la función polinómica, de grado 3, de la que se sabe que tiene una recta tangente horizontal en el punto $(0, 2)$ y que la tangente a su gráfica en el punto de abscisa $x = 1$ es la recta $x + y = 3$.

Ejercicio 7.- Hallar, si existen, f' , f'' y f''' , para las funciones:

a) $f(x) = x|x|$

b) $f(x) = x|x-1|$

c) $f(x) = x^2|x|$

d) $f(x) = x^2|x-1|$

e) $f(x) = x^3|x|$

Ejercicio 8.- Determinar a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^3 - 1 & \text{si } x < 1 \\ 3x + b & \text{si } 1 \leq x \end{cases}$ sea derivable en $x=1$.

Ejercicio 9.- Determina a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2 & \text{si } x \leq 2 \\ 2x + b & \text{si } 2 < x \end{cases}$ sea derivable en $x = 2$.

Ejercicio 10.- Determinar a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x \leq 1 \\ ax + b & \text{si } 1 < x \end{cases}$ sea derivable en $x = 1$.

Ejercicio 11.- Determina a y b para que la función $f(x) = \begin{cases} a \sin x & \text{si } -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi \\ x + b & \text{si } \pi < x \end{cases}$ sea derivable en $x = \pi$.