

EJERCICIOS DE REPASO DE LA UD 1: MATRICES

Ejercicio 1: Se considera la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

- (0,5 puntos) Razona si la matriz A es simétrica.
- (1 punto) Calcula A^{-1} .
- (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $2X \cdot A - A^2 - 3 I_3 = O$

Ejercicio 2: Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 16 \\ -1 & 7 & 12 \end{pmatrix}$

- (1 punto) Justifica cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:
 - $A \cdot A^t$ es una matriz simétrica.
 - $A \cdot A^t + B$ posee inversa.
- (1,5 puntos) Resuelve la ecuación matricial $B \cdot X + A = C$

Ejercicio 3: Se consideran las matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- (0,5 puntos) Razona si la matriz A es simétrica.
- (1 punto) Calcula A^{-1} .
- (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $2X \cdot A - A^2 - 3 I_3 = O$

Ejercicio 4:

- (1 punto) Se considera el recinto cuadrado de vértices $(1,0)$, $(0,1)$, $((-1,0)$ y $(0, -1)$. Indique en qué puntos del recinto se alcanzan el valor máximo de la función $F(x,y) = 3x + 2y + 7$ y el valor mínimo de la función $G(x,y) = x + y + 6$, calculando dichos valores.
- (1,5 puntos) Resuelve la ecuación matricial $(A - A^t) \cdot X = B$ siendo A y B las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 5: Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) (1,5 puntos) ¿Tiene inversa la matriz $A \cdot B - C$? Justifica la respuesta y, en caso afirmativo, calcula $(A \cdot B - C)^{-1}$.
- b) (1 punto) Resuelve la ecuación matricial $A \cdot B \cdot X - C \cdot X = C^t$.

Ejercicio 6: Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -6 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) (1 punto) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible:
 $A + B \cdot C$ $A \cdot C + B \cdot D^t$ $B^2 + C \cdot D$ $A + D \cdot C$
- b) (1,5 puntos) Resuelve la ecuación matricial $X \cdot (A + I_2) = 3 B^t$.

Ejercicio 7: Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 5 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) (2 puntos) Resuelve la ecuación matricial $A^4 \cdot X = B^2 + I_2$.
- b) (0,5 puntos) ¿tiene inversa la matriz C ? Justifica la respuesta.

Ejercicio 8: Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- a) (1,5 puntos) Justifica que la matriz A tiene inversa y calcúlala.
- b) (1 punto) Calcula, si existe, la matriz X que satisface la ecuación matricial $A \cdot X = B$.

Ejercicio 9: Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

- a) (0,5 puntos) Razone que dimensiones deben tener las matrices P y Q para que los productos $(A \cdot P \cdot B^t)$ y $(Q \cdot A \cdot C)$ den como resultado una matriz cuadrada.

b) (2 puntos) Resuelva la ecuación matricial $A \cdot X - 2 B \cdot C^t = A^2$.

Ejercicio 10:

a) (1,25 puntos) Resuelva el sistema de ecuaciones matriciales:

$$2A - 5B = \begin{pmatrix} 7 & 2 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}; 3A - B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$$

b) (1,25 puntos) Dadas las matrices $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$, resuelva la ecuación matricial $X \cdot C - D^2 = I_2$.

Ejercicio 11: Se consideran las matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -4 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad C = \begin{pmatrix} -2 & -2 \end{pmatrix}$$

a) (1 punto) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y efectúelas cuando sea posible: $B + 2C \cdot A$ $A - (B \cdot C)^t$.

b) (1,5 puntos) Resuelva la siguiente ecuación matricial $\frac{1}{5}(B + A \cdot X) = C^t$.

Ejercicio 12:

a) (1,5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

b) (1 punto) Si A es una matriz con tres filas y dos columnas, determine razonadamente la dimensión que deben tener las matrices B , C y D para que se puedan efectuar las siguientes operaciones: $2A - 3B$ $A \cdot A^t - C^2$ $A \cdot D$

Ejercicio 13: Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

a) (1,2 puntos) ¿se verifica la igualdad $(A + B)^2 = A^2 + B^2 + 2 A \cdot B$

b) (1,3 puntos) Resuelva la ecuación matricial $X \cdot A = 2 B^t + I_2$.

Ejercicio 14: Se consideran las matrices: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

a) (1 punto) Calcule $A^{2018} + A^{2019}$

b) (1,5 puntos) Resuelva la ecuación matricial $X \cdot A + B B^t = 2A$.

Ejercicio 15: a) Determina para qué valores de m tiene inversa la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1-m \\ -1-m & -4 \end{pmatrix}$$

b) Calcula la expresión de dicha matriz inversa para $m = 4$.

c) Para dicho valor, resuelve la ecuación $AX = I$ siendo I la matriz identidad de segundo orden.

Ejercicio 16: ¿Para qué valores de m tiene inversa la matriz A ?

$$A = \begin{pmatrix} m & m & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ m & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Calcula la expresión de dicha matriz inversa para $m = 0$.

Ejercicio 17: ¿Qué valores de m hacen que la siguiente matriz tenga inversa?

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m & 1 \\ 3 & 0 & m \\ 7 & m & -3 \end{pmatrix}$$

Calcula la expresión de dicha matriz inversa para $m = 3$.