SOLUCIONES DEL TEMA 1: NÚMEROS REALES

Ejercicio 4: Representa en la recta real y reescribe los siguientes conjuntos:

a) [-2,5) U (3,7] = [-2, 7]

b) $(-\infty,0)$ U (-1, 3) = $(-\infty,3)$

c) [-2,5) $\cap$ (3,7] = (3,5)

d) $(-\infty,0)\cap(-1,3) = (-1,0)$

Ejercicio 5: Hallar el valor absoluto de: 7,4; 0; -5,87; $\sqrt{9}$ y $1-\sqrt{3}$

$|7{,}4| = 7{,}4$ $\quad |0| = 0$ $\quad |-5{,}87| = 5{,}87$ $\quad |\sqrt{9}| = 3$ $\quad |1-\sqrt{3}| = -1+\sqrt{3}$

Ejercicio 6: Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $|x| = 3$ → x = 3 y x = -3

b) $|x| = 0$ → x = 0

c) $|x-2| = 7$ → x – 2 = 7, <u>x = 9</u>
→ x – 2 = -7, <u>x = -5</u>

d) $|3x-2| = 6$ → 3x – 2 = 6, 3x = 8; x = 8/3
→ 3x – 2 = -6, 3x = -4; x = -4/3

Ejercicio 7: Resuelve las siguientes ecuaciones e inecuaciones con valor absoluto:

a) $|x| = 3$ → x = 3 y x = -3

b) $|x| < 3$ → $x \in$ (-3,3)

c) $|x-2| \le 3$ → $x \in$ [-1,5]

d) $|2x+5| < 7$ → $x \in$ (-6,1)

e) $|2-3x| \le 3$ → $x \in \left[\frac{-1}{3}, \frac{5}{3}\right]$

f) $|x| \ge 3$ → $x \in (-\infty,-3] \cup [3,+\infty)$

g) $|2x+5| > 7$ → $x \in (-\infty,-6) \cup (1,+\infty)$

h) $|1-x| \ge 4$ → $x \in (-\infty,-3] \cup [5,+\infty)$

i) $|3x+4| \ge 2$ → $x \in (-\infty,-2] \cup [\frac{-2}{3},+\infty)$

Ejercicio 8: Halla los siguientes valores absolutos:

a) $|-11| = 11$

b) $|\pi| = \pi$

c) $|-\sqrt{5}| = \sqrt{5}$

d) $|0| = 0$

e) $|3-\pi| = -3+\pi$

f) $|3-\sqrt{2}| = 3-\sqrt{2}$

g) $|1-\sqrt{2}| = -1+\sqrt{2}$

h) $|\sqrt{2}-\sqrt{3}| = -\sqrt{2}+\sqrt{3}$

i) $|7-\sqrt{50}| = -7+\sqrt{50}$

Ejercicio 9: Averigua para qué valores de x se cumplen las siguientes relaciones:

a) $|x| = 5$ → x = 5 y x = -5

b) $|x| \le 5$ → $x \in$ [-5,5]

c) $|x-4| = 2$ → x = 2 y x = 6

d) $|x-4| \le 2$ → $x \in$ [2,6]

e) $|x-4| > 2$ → $x \in (-\infty,2) \cup (6,+\infty)$

f) $|3-2x| > 7$ → $x \in (-\infty,-2) \cup (5,+\infty)$

g) $|3x+2| < 5$ → $x \in \left[\frac{-7}{3}, 1\right]$

h) $|x-4| > -2$ → $x \in \Re$

i) $|3x+1| \ge 8$ → $x \in (-\infty,-3] \cup [\frac{7}{3},+\infty)$

Ejercicio 10: Desarrolla las siguientes expresiones eliminando los valores absolutos:

a) $|2x-4| + x = \begin{cases} 3x-4 & \text{si } x \ge 2 \\ -x+4 & \text{si } x < 2 \end{cases}$

b) $|2x| + x = \begin{cases} 3x & \text{si } x \ge 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

c) $|6-2x|+x-1=\begin{cases}-x+5 \text{ si } x<3\\ 3x-7 \text{ si } x\geq 3\end{cases}$

d) $(x-2)^2-|x-2|=\begin{cases}x^2-5x+6 \text{ si } x\geq 2\\ x^2-3x+2 \text{ si } x<2\end{cases}$

Ejercicio 11: Efectúa:

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2.\left(\frac{2}{3}\right)^3.\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=\left(\frac{3}{2}\right)^7$

b) $\left(\frac{2}{3}\right)^2:\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^5$

c) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^3.\left(\frac{2}{3}\right)^{-3}=\left(\frac{2}{3}\right)^3$

d) $\left(\frac{5}{3}\right)^2.\left(\frac{5}{3}\right)^3.\left(\frac{5}{3}\right)^{-6}=\left(\frac{3}{5}\right)$

e) $\left(\frac{-3}{2}\right)^{-2}=\frac{4}{9}$

f) $\left(\frac{-3}{2}\right)^{0}=1$

g) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-3}:\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}=-\left(\frac{2}{3}\right)$

h) $\left[\left(\frac{-3}{2}\right)^{-2}\right]^3=\left(\frac{2}{3}\right)^6$

i) $-\left(\frac{-3}{2}\right)^{-4}=-\left(\frac{2}{3}\right)^4$

j) $\frac{2^3\ .\ 2^5}{2^{-3}\ .\ 2^{-5}\ .\ 2^{-2}}=2^{18}$

k) $\frac{2^3\ .\ 2^5\ .\ 2^{-4}\ .\ 3^2\ .\ 3^5}{3^7\ .\ 2^{-2}\ .\ 5^{-3}}=2^6\cdot 5^3$

l) $\frac{24\ .35^{-2}.\ 21}{15.\ 63^{-1}}=\frac{2^3\cdot 3^3}{5^3}$

Ejercicio 12: Calcula el valor de las siguientes raíces:

$\sqrt{4}=2$ $\quad\sqrt[3]{8}=2$ $\quad\sqrt[3]{27}=3$ $\quad\sqrt[3]{-8}=-2$ $\quad\sqrt[3]{-27}=-3$ $\quad\sqrt[3]{216}=6$ $\quad\sqrt[4]{48}=2\sqrt[4]{3}$

$\sqrt[4]{-16}$ no existe $\quad-\sqrt{49}=-7$ $\quad\sqrt[3]{-125}=-5$ $\quad\sqrt{900}=30$ $\quad\sqrt[20]{-1}$ no existe

$\sqrt[4]{-2}$ no existe $\quad-\sqrt[4]{1296}=-6$ $\quad\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$ $\quad\sqrt[20]{1}=1$

Ejercicio 13: Expresa en forma de potencia:

$\sqrt[5]{2^3}=2^{\frac{3}{5}}$ $\quad\sqrt[7]{(-2)^5}=-2^{\frac{5}{7}}$ $\quad-\sqrt[3]{5^4}=-5^{\frac{4}{3}}$ $\quad\sqrt[7]{4^3}=4^{\frac{3}{7}}$

Ejercicio 14: Expresa las siguientes potencias de exponente fraccionario en forma de radicales:

$2^{5/3}=\sqrt[3]{2^5}$ $\quad4^{6/5}=\sqrt[5]{4^6}$ $\quad(-3)^{3/7}=-\sqrt[7]{3^3}$ $\quad-7^{4/3}=-\sqrt[3]{7^4}$ $\quad7^{-4/3}=\sqrt[3]{\left(\frac{1}{7}\right)^4}$

Ejercicio 15: Introduce el coeficiente bajo el signo radical:
$6\sqrt{3}=\sqrt{108}$, $\quad xy\sqrt{2}=\sqrt{2x^2y^2}$, $\quad xy^2\ \sqrt{3}=\sqrt{3x^2y^4}$, $\quad2^3\ \sqrt[4]{3}=\sqrt[4]{3\cdot 2^{12}}$

Ejercicio 16: Hallar el cuadrado de los siguientes números, expresando las potencias de exponente racional en forma de raíz:

$\left(2\sqrt{3}\right)^2=12$, $\quad\left(2.3^{\frac{1}{3}}\right)^2=4\sqrt[3]{3^2}$, $\quad\left(2^4\ \sqrt[3]{2}\right)^2=2^8\sqrt[3]{2^2}$, $\quad\left(5^2.\ 2^{\frac{1}{4}}\right)^2=5^4\cdot\sqrt{2}$, $\quad\left(a\ .\sqrt{5}\right)^2=5a^2$

Ejercicio 17: Expresa en una sola raíz, simplificando cuando sea posible:

$\sqrt{\sqrt{2^3}}=\sqrt[6]{2^3}$ $\quad\left(\sqrt{\sqrt[3]{2^5}}\right)^2=\sqrt[3]{2^5}$ $\quad\sqrt{\left(\sqrt{2^{30}}\right)^{\frac{1}{3}}}=\sqrt[2]{2^5}$ $\quad\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{k}}}\right)^8=k$

$\sqrt[5]{\sqrt[3]{x^{10}}} = \sqrt[3]{x^2}$ $\sqrt[3]{\left(\sqrt{x}\right)^6} = x$

Ejercicio 18: Hallar las siguientes sumas de radicales:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = 6\sqrt{2}$

b) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} = 6\sqrt{6}$

c) $2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} - 2\sqrt[3]{125} = 5\sqrt[3]{5} - 10$

d) $2\sqrt{3} - 4\sqrt{27} + 3\sqrt{12} = -4\sqrt{3}$

e) $\sqrt{2} + \sqrt[3]{16} + 2\sqrt{18} + 3\sqrt[3]{2} = 7\sqrt{2} + 5\sqrt[3]{2}$

f) $\sqrt[3]{54} - 3\sqrt[3]{16} + 4\sqrt[3]{250} = 17\sqrt[3]{2}$

Ejercicio 19: Calcular los siguientes productos:

a) $\sqrt[3]{12} \cdot \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{3}$ b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{34} \cdot 3\sqrt{12} = 12\sqrt{51}$ c) $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{2} = 2$

d) $\sqrt[3]{2^5} \cdot \sqrt[4]{2^3} = 4\sqrt[12]{2^5}$ e) $2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} \cdot 8\sqrt{6} = 288$ f) $-2\sqrt[3]{3} \cdot (-3) \cdot 2\sqrt[3]{9} = 36$

g) $\sqrt{2} \cdot (6 + 3\sqrt{2}) = 6\sqrt{2} + 6$ h) $(3\sqrt{2} + \sqrt{5})(2 + \sqrt{2}) = 6\sqrt{2} + 6 + 2\sqrt{5} + \sqrt{10}$

i) $(3 + \sqrt{5})(2 + \sqrt{3}) = 6 + 3\sqrt{3} + 2\sqrt{5} + \sqrt{6}$ j) $(2\sqrt{3} - 4)(2\sqrt{3} + 4) = -4$

k) $(2\sqrt{3} - 4)^2 = 28 - 16\sqrt{3}$

Ejercicio 20: Calcular los siguientes cocientes:

a) $\sqrt{256} : \sqrt{729} = \dfrac{16}{27}$ b) $\sqrt{216} : \sqrt{2} = 6\sqrt{3}$ c) $\sqrt[3]{625} : \sqrt[3]{5} = 5$

d) $\sqrt[4]{8} : \sqrt[6]{8} = \sqrt[4]{2}$ e) $\sqrt[6]{27} : \sqrt[4]{9} = 1$ h) $\sqrt[6]{625} : \sqrt[4]{25} = \sqrt[6]{5}$

Ejercicio 21: Racionaliza las siguientes fracciones y simplifica cuando puedas:

a) $\dfrac{3}{\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{5}}{5}$ b) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{5}} = \dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ c) $\dfrac{-3\sqrt{6}}{2\sqrt{3}} = \dfrac{-3\sqrt{2}}{2}$ d) $\sqrt{\dfrac{7}{3}} = \dfrac{\sqrt{21}}{3}$

e) $\dfrac{-2\sqrt{3}}{3\sqrt{75}} = \dfrac{-2}{15}$ f) $\dfrac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{18}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{9}$ g) $\dfrac{5\sqrt{5}}{2\sqrt{125}} = \dfrac{1}{2}$ h) $\dfrac{2}{2\sqrt{2}} + \dfrac{4}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{2} + 8\sqrt{3}}{6}$

Ejercicio 22: Racionaliza:

a) $\dfrac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} = \dfrac{2\sqrt{5} + 2\sqrt{2}}{3}$ b) $\dfrac{5}{2 - \sqrt{3}} = -10 + 5\sqrt{3}$

c) $\dfrac{1 - \sqrt{2}}{1 + \sqrt{2}} = -3 + 2\sqrt{2}$ d) $\dfrac{1}{2\sqrt{2} - \sqrt{3}} = \dfrac{2\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$

e) $\dfrac{12}{\sqrt{7} + \sqrt{2}} = \dfrac{12\sqrt{7} - 12\sqrt{2}}{5}$ f) $\dfrac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}} = \dfrac{7 - 2\sqrt{10}}{3}$

g) $\dfrac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{2} + 5\sqrt{3}} = \dfrac{-30 + 25\sqrt{6}}{57}$ h) $\dfrac{\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2\sqrt{3} - 5\sqrt{2}} = \dfrac{1 + 4\sqrt{6}}{19}$

Ejercicio 23: Calcula:

a) $\dfrac{2}{2 - \sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1} = 0$ b) $\dfrac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - 1} - \dfrac{\sqrt{3} - 1}{2 + \sqrt{2}} = \sqrt{6} + 2$