

SOLUCIONES DE LA UNIDAD 2: ARITMÉTICA MERCANTIL

Ejercicio 1: Calcula los siguientes logaritmos (sin calculadora):

$$\begin{array}{llll} \log_2 8 = 3 & \log_2 1/8 = -3 & \log_5 25 = 2 & \log_5 1/25 = -2 \\ \log_{10} 10.000 = 5 & \log_{10} 0'00001 = -5 & \log_2 1 = 0 & \log_4 1 = 0 \\ \log_7 7 = 1 & \log_2 2 = 1 & \log 0 \text{ no existe} & \log(-10) \text{ no existe} \end{array}$$

Ejercicio 2: Escribe las propiedades de los logaritmos para el logaritmo neperiano.

$$\begin{array}{lll} \ln(P \cdot Q) = \ln P + \ln Q & \ln(x:y) = \ln x - \ln y & \\ \ln e = 1 & \ln(x^n) = n \ln x & \ln 1 = 0 \end{array}$$

Ejercicio 3: Hallar la parte entera de los siguientes logaritmos (sin la calculadora):

$$\log_2 100 \text{ su parte entera es } 6, \log 650 \text{ su parte entera es } 2, \log_3 40 \text{ su parte entera es } 3$$

Ejercicio 4: Escribe en forma de logaritmo de base 10 los siguientes números:

$$1 = \log 10 \quad 2 = \log 100 \quad 3 = \log 1000 \quad -1 = \log 0,1 \quad 0 = \log 1$$

Ejercicio 5: Sabiendo que $\log_2 A = 3'5$ y $\log_2 B = -1'4$, calcular $\log_2 \frac{AB}{4}$, $\log_2 \frac{2\sqrt{A}}{B^3}$. Lo hicimos en clase.

Ejercicio 7: Hallar:

- Con calculadora, aproximando hasta las milésimas: $\log_5 80 = 2,7227$, $\log_{12} 100 = 1,8533$.
- Sin calculadora: $\log_2 16 = 4$, $\log_2 0,25 = -2$, $\log_9 1 = 0$, $\log_{10} 0,1 = -1$, $\log_4 64 = 3$, $\log_7 49 = 2$, $\ln e^4 = 4$, $\ln e^{\frac{1}{4}} = -1/4$, $\log_5 0,04 = -2$, $\log_6 \left(\frac{1}{216}\right) = -3$

Ejercicio 8: Di cuál es la variación porcentual (indica si es aumento o disminución) que corresponde a cada uno de los siguientes índices de variación:

- $k = 1'235 \rightarrow 1'235 - 1 = 0'235 \rightarrow 0'235 \cdot 100 = 23'5 \rightarrow 23,5\%$ de aumento.
- $k = 0,93 \rightarrow 1 - 0,93 = 0'07 \rightarrow 0'07 \cdot 100 = 7 \rightarrow 7\%$ de disminución.
- $0'765 \rightarrow 23,5\%$ disminución
- $1'15 \rightarrow 15\%$ aumento
- $1'2 \rightarrow 20\%$ aumento
- $1'042 \rightarrow 4,2\%$ aumento
- $0'85 \rightarrow 15\%$ disminución
- $0'8 \rightarrow 20\%$ disminución
- $0'958 \rightarrow 4,2\%$ disminución
- $2,35 \rightarrow 135\%$ aumento

Ejercicio 9: ¿En cuánto se transforma 250 € si aumenta un 23%? 307,5 ¿Y si aumentamos el 10%? 275 ¿Y para el 20%? 300 ¿Y para el 6%? 265 ¿Y para el 6'5%? 266,25 ¿Y para el 0'3%? 250,75

Ejercicio 10: ¿En cuánto se transforma 250 € si disminuye un 23%? 192,5 ¿Y si disminuye el 10%? 225 ¿Y para el 20%? 200 ¿Y para el 6%? 235 ¿Y para el 6'5%? 233,75 ¿Y para el 0'3%? 249,25

Ejercicio 11: Completa la siguiente tabla, observa bien la primera fila:

C_i	r %	Aumento	C_f	Disminución	C_f
2.350	45	1,45	3.407,5	0,55	1.292,5
4.500	37	1,37	6165	0,63	2835

2000	25	1,25	2.500	0,75	1500
5100	24	1,24	6324	0,76	3876
123.000	6	1,06	130380	0,94	115620
120	37,5	1,375	165	0,625	75
350	13	1,13	395,5	0,87	304,5

Ejercicio 12: Di cuál es la variación porcentual que corresponde a cada una de las siguientes transformaciones (para ello calculamos $k = \frac{C_f}{C_i}$):

Antes	Después	k	%	Aumento o disminución
8.000 €	9.360 €	1,17	17	Aumento
12.560 €	11.932 €	0,95	5	Disminución
12.000 personas	10.320 personas	0,86	14	Disminución
23.500 kilos	31.725 kilos	1,35	35	Aumento

Ejercicio 13: $C_f = 1,27 \cdot 1,015 \cdot 1,008 \cdot 1,012 \cdot 0,99 \cdot 1,005 \cdot 0,9935 \cdot 1,0065 \cdot 1,002 \cdot 0,9942 \cdot 1,009 = 1,3150$. $K = 1,0354 \rightarrow$ en total hay un aumento 3,54 %

Ejercicio 14: $45,60 = 1,2 \cdot C_i \rightarrow C_i = \frac{45,6}{1,2} = 38$

Ejercicio 15: $81,9 = 0,65 \cdot C_i \rightarrow C_i = 126$

Ejercicio 16: $k = \frac{C_f}{C_i} = 1,0348(6)$ que corresponde a un aumento del 3,48%

Ejercicio 17: $C_f = (1,10)^n C_i \rightarrow 2 C_i = (1,10)^n C_i \rightarrow 2 = (1,10)^n \rightarrow$ aplicamos log, $\log 2 = \log(1,10)^n \rightarrow \log 2 = n \log 1,10 \rightarrow n = \frac{\log 2}{\log 1,1} = 7,27$, es decir, en 8 años sobrepasa el doble

Ejercicio 18: $C_f = C_i \cdot k \rightarrow C_f = 525 \cdot 0,8 \cdot 1,2 = 504$

Ejercicio 19: $C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{36500}\right)^{\text{días}}$

Ejercicio 20: Si tenemos un capital de 50.000 €, completa la siguiente tabla:

Al 12 %	1 año	2 años	3 años	4 años	5 años
	56000	62720	70246,4	78675,968	88117,084

Ejercicio 21: Averigua en cuánto se transforma un capital de 100.000 € al 6% anual durante 4 años si los periodos de capitalización son:

	años	meses	Días	Trimestres
	126247,696	127048,916	127122,4076	126898,554

¿Qué periodo de capitalización nos conviene más? diario

Ejercicio 22: ¿En cuánto se transforma un capital de 3.500 € depositados durante tres meses al 8,5% anual? **3574,903** ¿Y si se mantiene 5 años con periodo de capitalización trimestral? **5329,78187**

$$\text{Ejercicio 23: } C_f = 500 \cdot \left(1 + \frac{6}{1200}\right)^{24} = 563,58$$

Ejercicio 24: ¿En cuánto se convierte? **1031,154 €**

Ejercicio 25: Un banco da el 8% de interés anual pagadero en periodo de capitalización mensual:

a) Si depositamos 400 € en un año, ¿qué capital obtenemos?

$$C_f = C_i \cdot \left(1 + \frac{r}{12}\right)^m = 400 \cdot \left(1 + \frac{0'08}{12}\right)^{12} = 433'20$$

b) ¿Qué TAE ofrece el banco?

$$\left(1 + \frac{0'08}{12}\right)^{12} = 1'083, \text{ luego es TAE } 8'3\%$$

Ejercicio 26: Calcula el tanto por ciento anual al que se han de colocar 600 € para que en dos años se conviertan en 699,84 €. **r = 8**

Ejercicio 27: ¿En cuántos años, 236 € colocados al 5% de interés compuesto se convertirán en 316'25 €? **t = 6**

Ejercicio 28: Calcula el capital obtenido, tras un año, de un capital de 5.000 € al 10% con periodo de capitalización mensual. Calcula el TAE correspondiente. **5523,57 € 10,47%**

Ejercicio 29: Decidimos hacer una inversión de 10.000 € y la entidad financiera decide darnos un 6'5% anual. Calcula cuánto dinero obtendremos después de dos años:

- Si nos dan un interés simple. **11300**
- Período de capitalización anual. **11342,25**
- Período de capitalización semestral. **11364,75928**
- Período de capitalización mensual. **11384,28933**
- Período de capitalización diario. **11388,15201**
- ¿Cuál es el T.A.E. correspondiente en el apartado c, d y e? **6,605 6,697 6,715**
- ¿Cuál es el período de capitalización más interesante? diario

Ejercicio 30: Luis decide ingresar 8.000 € cada año al 5% para retirarlo dentro de 15 años. ¿Cuánto dinero recibirá?

$$C_f = A (1 + i) \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 8.000 (1 + 0'05) \frac{(1 + 0'05)^{15} - 1}{0'05} = 181.260 \text{ €}$$

Ejercicio 31: Un ciudadano ingresa en el banco todos los años en la misma fecha 1.500 € en una cuenta que le produce el 6% anual. ¿Qué cantidad habrá acumulado al cabo de 3 años?

$$C_f = A (1 + i) \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 1.500 \times 1'06 \times \frac{(1'06)^3 - 1}{0'06} = 5.061'92$$

Ejercicio 32: Un trabajador ahorra 5.000 € anuales que ingresa en el banco al principio de cada año. Si el banco le da un 9'5% de interés, ¿qué cantidad tendrá al cabo de una década?

$$C_f = A (1 + i) \frac{(1 + i)^n - 1}{i} = 5.000 \times 1'095 \times \frac{(1'095)^{10} - 1}{0'095} = 85.192'59 \text{ €}$$

Ejercicio 33: Una señora decidió cuando cumplió 35 años ingresar todos los años 2.000 € hasta que se retire de trabajar. Una sociedad gestora le garantizó el 5'4% de interés anual. Si retiró 106.338,76 €. ¿Con qué edad dejó de trabajar?

$$106338,76 = 2000 (1'054) \frac{(1'054)^t - 1}{0'054}, \text{ despejar } t, \text{ obteniendo } t = 25$$

Ejercicio 34: Una señora decidió cuando cumplió 35 años ingresar todos los años una cantidad fija hasta que se retire de trabajar. Una sociedad gestora le garantizó el 5'4% de interés anual. Si retiró 60.800 € a los 60 años. ¿Qué cantidad ingresó cada año? **1143,52 €**

Ejercicio 35: En un banco se oferta un plan de jubilación con un rédito del 5% fijo, durante el período de vida del plan. Una persona está interesada en obtener un capital final de 250.000 € dentro de 30 años, que es el tiempo que le falta para jubilarse. ¿Qué anualidad de capitalización debe aportar al principio de cada año? **3583,675 €**

Ejercicio 36: Una persona ingresa en un plan de jubilación 2.000 € al principio de cada año. La compañía de seguros le genera un interés del 6% fijo anual, durante toda la vida del plan. ¿Qué capital se habrá formado al final de los 15 años? **49345,06**

Ejercicio 37: Hemos solicitado un préstamo de 200.000 €, para una vivienda, al 6'5% anual para devolverlo durante 8 años. ¿Qué cantidad anual hemos de pagar para amortizar el préstamo? ¿Qué cantidad total hemos pagado por la vivienda?

$$A = \frac{200.000 \cdot 0'065 (1 + 0'065)^8}{(1 + 0'065)^8 - 1} = \mathbf{32847,46} \text{ **Avisar del peligro del denominador en la calculadora. } \mathbf{262779,68 \text{ €}}$$

Ejercicio 39: Para amortizar un préstamo de 50.000 € al 9% anual fijo en el plazo de 15 años, ¿qué cantidades fijas e iguales debe pagar al final de cada año para amortizar la deuda? **6202,94**

Ejercicio 40: Un ayuntamiento contrae una deuda de 20 millones de euros que debe amortizar en el plazo de 40 años. El rédito fijo anual es del 5%. ¿Qué cantidad debe abonar cada año? **1165563,22**