

EJERCICIOS DE REPASO DE LA UNIDAD 5: DERIVADAS.

Ejercicio 1: La función $f(t) = 2,1t^2 + 0,8t - 1$ con $0 \leq t \leq 9$, donde el tiempo t , viene expresado en años, proporciona los beneficios de una empresa en miles de euros entre los años 1991 ($t = 0$) y 2000 ($t = 9$). Calcular, de forma razonada, la variación media del beneficio en este periodo de tiempo y en los dos últimos años. ¿Qué podemos concluir acerca de la variación del beneficio en los dos periodos anteriores?

Ejercicio 2: Aplicando la definición de la derivada en un punto, calcula la derivada de $f(x) = x^2 - 2x$ en el punto $x = 2$.

Ejercicio 3: Estudia la derivabilidad de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{1}{4 + x^2}$

b) $f(x) = \frac{2x}{(x-3)^2}$

c) $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{x+1} & \text{si } x \leq 1 \\ 2x^3 - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} x^2 - x + 1 & \text{si } x < 1 \\ \text{Ln}x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

Ejercicio 4: Calcula el valor de los siguientes parámetros para que las funciones sean derivables:

a) $f(x) = \begin{cases} 5 + x & \text{si } x \leq 0 \\ -x^2 + ax + b & \text{si } x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} -x^3 + x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ ax - b & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Ejercicio 5: Calcula el valor de los parámetros a y b , para que la recta tangente a la función $f(x) = ax^2 + bx$ en el punto $x = 1$ sea $y = 2x - 1$.

Ejercicio 6: El valor de un producto disminuye (se desprecia) con el tiempo, si dicho valor en euros viene dado por la expresión $V(t) = 50 - \frac{25t^2}{(t+2)^2}$, $t \geq 0$ t tiempo en meses, calcula:

- El valor inicial del producto.
- A partir de qué mes el valor del producto es inferior a 34 €.
- La velocidad de depreciación del producto, es decir, $V'(t)$.
- El valor por debajo del cual nunca caerá V .

SOLUCIONES:

Ejercicio 1: $TVM([0,9]) = 19,7$ $TVM([8,9]) = 36,5$ Ello implica que en los dos últimos años los beneficios han sido mucho mayor.

Ejercicio 2: $f'(2) = 2$

Ejercicio 3:

a) $\text{Dom}f = \mathbb{R}$, continua en \mathbb{R} , $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 4}{(4 + x^2)^2}$, f es derivable en \mathbb{R}

b) $\text{Dom}f = \mathbb{R} - \{3\}$, continua en $\mathbb{R} - \{3\}$, $f'(x) = \frac{-2(x+3)}{(x-3)^3}$, f es derivable en $\mathbb{R} - \{3\}$

c) $\text{Dom}f = \mathbb{R} - \{-1\}$, continua en $\mathbb{R} - \{-1\}$, $f'(x) = \begin{cases} \frac{2}{(x+1)^2} & \text{si } x < -1 \\ 6x^2 & \text{si } x > -1 \end{cases}$, f es derivable en $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

d) $\text{Dom}f = \mathbb{R}$, continua en $\mathbb{R} - \{1\}$, $f'(x) = \begin{cases} 2x - 1 & \text{si } x < 1 \\ \frac{1}{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$, f es derivable en $\mathbb{R} - \{1\}$

Ejercicio 4:

a) $a = 1$ $b = 5$

b) $a = -1$ $b = -1$

Ejercicio 5: $a = 1$ y $b = 0$

Ejercicio 6: a) $V(0) = 50$ b) A partir del octavo mes c) $V'(t) = \frac{100t}{(t+2)^3}$ d) No baja de 25 €