EJERCICIOS DE ANÁLISIS (Unidades de la 4 a la 7)

Modelo 1A, 2018:

a) Calcule la derivada de las funciones

$$f(x) = x \cdot \ln(x) \qquad\qquad g(x) = \frac{e^{3x}}{x^4+1}$$

b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = x^2 + 6x + 5$, en el punto de abscisa $x = -2$. Represente gráficamente la función h y la recta tangente hallada.

Modelo 1B, 2018: Se considera la función $f(x) = \frac{ax}{bx+1}$, con a y b números reales.

a) Calcule los valores de a y b, sabiendo que $f(-1) = 1$ y que en el punto de abscisa $x = 0$ la recta tangente a la gráfica de f es paralela a la recta $y = 2x + 1$.
b) Para $a = b = 1$, halle la ecuación de sus asíntotas.

Modelo 2A, 2018: Los costes de producción de una empresa, en miles de euros, dependen de la cantidad de producto fabricada x, medida en toneladas, según la función $f(x) = 30 - 9x + 6x^2 - x^3$. La capacidad máxima de producción es de 2 toneladas.

a) Obtenga los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función de costes de la empresa.
b) Determine la cantidad que la empresa debe producir para minimizar los costes. ¿Cuál sería dicho coste mínimo?
c) ¿Con qué producción la empresa tiene unos costes de producción máximos?

Modelo 2B, 2018: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax+1 & \text{si } x \le -1 \\ \dfrac{x}{x+2} & \text{si } -1 < x \le 0 \\ x^2 - bx & \text{si } x > 0 \end{cases}$

a) Calcule a y b para que la función sea continua y derivable en $x = -1$ y $x = 0$.
b) Para $a = 2$ y $b = -\frac{1}{2}$ estudie su monotonía.

Modelo 3A, 2018: La velocidad que lleva un móvil, en función del tiempo t, viene dada por la siguiente función: $v(t) = \begin{cases} 7t^2 & \text{si } 0 \le t < 1 \\ 2t + a & \text{si } 1 \le t \le 5 \\ -t^2 + 12t + b & \text{si } 5 < t \le 10 \end{cases}$

a) Calcule a y b para que la función sea continua en los instantes $t = 1$ y $t = 5$.
b) Para $a = 5$ y $b = -20$, estudie la derivabilidad en los instantes $t = 1$ y $t = 5$. ¿En qué momento el móvil alcanza la velocidad máxima?

Modelo 3B, 2018: Dada la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x+1}{1-2x} & \text{si } x < 0 \\ x^2 - x - a & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Obtenga el valor de a para que la función sea continua en x = 0. Para ese valor de a, ¿sería derivable en x = 0?
b) Para a = 2, estudie la monotonía y extremos relativos.

Modelo 4A, 2018: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \dfrac{x-5}{x-4} & \text{si } x < 3 \\ -x^2 + 7x - 10 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f.
b) Calcule los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
c) Calcule las asíntotas de f, en caso de que existan.

Modelo 4B, 2018:

a) Calcule la derivada de las funciones:

$$f(x) = e^{5x} \cdot \left(x^2 - 5\right)^3 \qquad g(x) = \frac{\left(x^3 + 1\right)^2}{\ln(x^2 + 2)}$$

b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $h(x) = \dfrac{x+10}{x+5}$ en el punto de abscisa x = 0.

Modelo 5A, 2018: La función de costes de una empresa se puede determinar mediante la expresión $f(x) = 40 - 6x + x^2$, para $x \geq 0$ donde x representa la cantidad producida de un determinado artículo.

a) ¿Disminuye el coste alguna vez? Determine la cantidad producida de dicho artículo cuando el coste es mínimo y cuál es dicho coste.
b) ¿Cuál sería el coste si no se produjese nada de ese artículo? Si el coste fuese 80, ¿cuántas serían las unidades producidas?
c) Represente gráficamente la función.

Modelo 5B, 2018: Sea la función $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 & \text{si } x < 1 \\ bx + \dfrac{2}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

a) Calcule los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en x = 1.
b) Para b = 3, determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de esa función en el punto de abscisa x = 2.

Modelo 6A, 2018: El consumo de cereales en una ciudad, en miles de toneladas, viene dado por la función $c(t) = t^3 - 15t^2 + 63t + 10$, para $0 \le t \le 12$, donde t representa el tiempo.

a) ¿En qué instante se alcanza el máximo consumo de cereales y cuántas toneladas se consumen en ese momento?
b) ¿En qué intervalo de tiempo decrece el consumo de cereales?
c) Represente gráficamente la función.

Modelo 6B, 2018: El beneficio, en miles de euros, que ha obtenido una almazara a lo largo de 50 años viene dado por la expresión

$$B(t) = \begin{cases} -0.04t^2 + 2.4t & \text{si } 0 \le t < 40 \\ \dfrac{40t - 320}{t} & \text{si } 40 \le t \le 50 \end{cases}$$ donde t es el tiempo transcurrido.

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función B(t) en el intervalo [0, 50].
b) Estudie la monotonía de la función B(t) y determine en qué momento fueron mayores los beneficios de la almazara, así como el beneficio máximo.
c) Represente la gráfica de la función y explique la evolución del beneficio.

Modelo 1A, 2019: El coste de producción en miles de euros de un bien en una fábrica viene dada por $C(x) = 2(2x - 1)^2 + 1$ con $0 \le x \le 2$ donde x es la cantidad producida en millones de kilogramos.

a) Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función C(x).
b) Determinar la cantidad a producir para que el coste de producción sea mínimo. ¿Cuál es dicho coste?
c) Realice un esbozo de la gráfica de la función C(x).

Modelo 1B, 2019: De una cierta función f sabemos que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 3$.

a) Estudia los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f y calcule la abscisa de sus extremos relativos.
b) Determinar la curvatura de f y halle la abscisa de su punto de inflexión.
c) Calcule la función f sabiendo que su gráfica para por el punto (-1, 3).

Modelo 2A, 2019: Se considera la función $f(x) = x^3 - 9x + 2$.

a) Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a la gráfica de la función que sean paralelas a la recta $y = 3x - 3$.
b) Estudie la monotonía y la curvatura de la función f.
c) Calcule $\int f(x)dx$.

Modelo 2B, 2019: Sea la función f(x) = $\begin{cases} \dfrac{1}{x-1} \text{ si } x < 0 \\ \\ x^2 + a \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Determine el valor del parámetro a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a estudie la derivabilidad de f.
b) Para a = - 2, estudie la monotonía y curvatura de la función f. ¿Tiene algún punto de inflexión?

Modelo 3A, 2019: Sea la función f(x) = $x^3 + ax^2 + bx + 1$.

a) Halle a y b de forma que f tenga un extremo relativo en x = 1 y la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto de abscisa x = 0 tenga pendiente m = - 1.
b) Para a = - 1 y b = - 1, estudie la monotonía y la curvatura de la función f.

Modelo 3B, 2019: Unos productores de cereales realizan un estudio para conocer la posible demanda de su producto. Concluyen que la función de demanda de dichos cereales tiene la forma D(x) = $-200x^3 + 2100x^2 - 7200x + 10000$, es el precio en euros para $0 \leq x \leq 4$ donde x es el precio en euros por kilogramo de producto y D(x) es la cantidad de kilogramos de cereales que los consumidores están dispuestos a comprar a dicho precio x.

a) ¿Cuál es la cantidad de cereales demandada si el precio es de 0,50 euros por kilogramo?
b) Calcule para qué precio se alcanza una demanda mínima del producto y determine dicha demanda.

Modelo 4A, 2019:

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

   f(x) = $\frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$ g(x) = $\left(x^2+1\right)^2 \cdot e^{2x-1}$

b) Obtenga la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función h(x) = $x^2 - 6x + 8$ en el punto de abscisa x = 4. Represente gráficamente la función h(x) y la recta tangente hallada.

Modelo 4B, 2019: Se considera la función f(x) = $ax^2 + \frac{b}{x}$, con $x \neq 0$, siendo a y b dos parámetros reales.

a) Determine el valor de los parámetros a y b para que f(x) tenga un extremo relativo en el punto (1, 3).
b) Para a = 1 y b = 2, razone si en el punto (1, 3) la función presenta un máximo o un mínimo.
c) Calcule $\int\left(x^2 + \frac{2}{x}\right)dx$.

Modelo 5A, 2019: Se considera la función f(x) = $\begin{cases} x^2+2x & \text{si } -2 \le x < 1 \\ ax^2+4x & \text{si } 1 \le x \le 4 \end{cases}$

a) Calcule el valor de a para que la función sea continua en todo su dominio.
b) Para a = - 1, compruebe si es derivable en x = 1.
c) Para a = - 1, determine los extremos relativos de la función y el valor de la función en dichos extremos.
d) Para a = - 1, represente gráficamente la función en su dominio.

Modelo 5B, 2019:

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2+4x+1 & \text{si } x < 0 \\ e^{-x} & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$$

b) Dada la función $g(x) = x^3 + bx^2 + c$ calcula los valores de b y c sabiendo que g tiene un extremo relativo en x = - 1 y que su gráfica pasa por el punto (-1, 3).

Modelo 6A, 2019: Se considera la función f(x) = $x - \dfrac{3x-1}{x+1}$

a) Indique el dominio de f y calcule f´(x).
b) Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2/3.
c) Halle los puntos de la gráfica de f en los que la recta tangente a dicha gráfica es horizontal.

Modelo 6B, 2019: Se considera la función f(x) = $\frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$

a) Estudia su monotonía y halle sus extremos relativos.
b) Determine los intervalos de concavidad y convexidad. Calcule su punto de inflexión.
c) Calcule la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.
d) Calcule $\int f(x)dx$

ANÁLISIS DEL AÑO 2020

3A: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} 2+\dfrac{a}{x-1} & \text{si } x < 0 \\ a+be^x & \text{si } x \ge 0 \end{cases}$

a) Calcula los valores de a y b para que la función sea continua y derivable en su dominio.

b) Para a = 2 y b = -2, estudie la monotonía de la función f y calcule sus extremos relativos.
c) Para a = 2 y b = -2, determine las ecuaciones de las asíntotas de f, si existen.

4A: Se considera la función $f(x)=\begin{cases} -x+2 & \text{si } x\le 2 \\ -x^2+6x-8 & \text{si } 2<x<4 \\ \dfrac{x-3}{x} & \text{si } x\ge 4 \end{cases}$

a) Estudia la continuidad y derivabilidad de f en su dominio.
b) Determine los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la función f.
c) Calcule $\int_2^3 f(x)dx$.

3B

a) Se considera la función f(x) = $ax^2 + bx + 3$. Calcula los valores de a y b sabiendo que la gráfica de f pasa por el punto (2, 3) y que la pendiente de la recta tangente a la gráfica de f en dicho punto es m = - 2.
b) Represente gráficamente la función g(x) = $-x^2 + 6x - 5$ y calcule el área comprendida entre la gráfica de la función g, el eje de abscisas y las rectas x = 2 y x = 4.

4B: Se considera la función $f(x)=\begin{cases} x^2+x+1 & \text{si } x\le 0 \\ \dfrac{1}{1-x} & \text{si } x>0 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y la derivabilidad de f en x = 0.
b) Estudie la monotonía y curvatura de f en su dominio.
c) Calcule las ecuaciones de las asíntotas de f.

3C: Se considera la función f(x) = $ax^3 + bx + 4$, con a y b números reales.

a) Calcule los valores a y b para que f tenga un extremo relativo en el punto (2, 36).
b) Para a = 4 y b = - 3, estudie la monotonía de f y determine sus extremos relativos.
c) Para a = 4 y b = - 3, calcule la función F(x) que verifique F´(x) = f(x) y F(2) = 10.

4C:

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:
   $f(x) = \left(-5+x^2\right)^2 \cdot e^{3x}$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{\ln(x^3-5x)}{1-x^2}$
b) Calcule el área del recinto acotado por la gráfica de h(x) = $-x^2 + 2x + 3$ y el eje de abscisas.

3D:

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:
   $f(x) = \ln\left(3x^2-3\right)+\dfrac{1-2x}{x+2}$ $\qquad$ $g(x) = 2e^{x^3}+x^2(3x+4)^3$
b) Calcule las ecuaciones de las rectas tangentes a las gráficas de las funciones

$h(x) = x^2 + 1$ y $p(x) = \frac{x-1}{x+1}$, en el punto de abscisa x = 1. ¿En qué punto se cortan ambas rectas?

4D: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{2} & si\ x \leq -1 \\ \frac{x+1}{x+3} & si\ -1 < x \leq 1 \\ x^2 - bx & si\ x > 1 \end{cases}$

a) Halle a y b para que la función sea continua en todo su dominio. Para esos valores de a y b ¿es f derivable en x = - 1? ¿Y en x = 1?
b) Para a = - 1 y b = 4, estudie la monotonía de la función f.
c) Para a = - 1 y b = 4, calcule $\int_1^2 f(x)dx$

3E: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 2 & si\ x \leq 0 \\ \frac{x+b}{x-1} & si\ x > 0 \end{cases}$

a) Halla a y b para que f sea continua y derivable en x = 0.
b) Para a = 1 y b = - 2, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.
c) Para a = 1 y b = 1, halle, si existen, las ecuaciones de las asíntotas de f.

4E: El número de bacterias en un determinado cultivo viene dado por la función B(t), donde t representa el tiempo en horas, con $0 \leq t \leq 7$. La variación instantánea en la población de bacterias en el cultivo viene dada por la derivada de la función B, cuya expresión es

$$B'(t) = 50000 \cdot e^{2t}.$$

a) ¿Existe algún instante t en el que el número de bacterias en el cultivo empiece a decrecer?
b) Obtenga la expresión de la función B(t), sabiendo que en el instante t = 0 el número de bacterias en el cultivo era de 40.000.
c) ¿Cuál es el número de bacterias en el cultivo a la hora y media?

3F: De una función sabemos que su gráfica para por el punto (1, 3) y que su derivada es $f'(x) = 2x - 6$.

a) Determine la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.
b) Estudie la monotonía y la existencia de extremos de la función f.
c) Determine la función f y represéntala gráficamente.

4F: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x+1} & si\ x < -2 \\ x^2 + a & si\ x \geq -2 \end{cases}$

a) Calcular el valor de a para que f sea continua en todo su dominio. Para ese valor de a, ¿es derivable la función f?
b) Para a = -6, halle la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 3.

c) Para a = - 6, esboce la gráfica de f y calcule el área de la región delimitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisa y las rectas x = 3 y x = 5.

Análisis del año 2021:

Modelo 1, bloque B. Ejercicio 3: Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & si\ -2 \le x < 0 \\ (x-1)^2 & si\ 0 \le x \le 2 \end{cases}$$

a) Estudia la continuidad y derivabilidad de la función de f en todo su dominio.
b) Calcule los extremos de la función f.
c) Representar el recinto que encierra la gráfica de f, las rectas x = - 1, x = 1 y el eje OX. Calcule el área de dicho recinto.

Modelo 1, bloque B. Ejercicio 4:

a) Sea f una función de la que sabemos que la gráfica de su derivada, f´, es una parábola con vértice en el punto (0, 8) que corta al eje de abscisas en los puntos (-4, 0) y (4, 0)
    1. Dibuje la gráfica de f´.
    2. A partir de dicha gráfica, halle los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f, así como las abscisas de los extremos relativos de f.
    3. Sabiendo que la gráfica de f pasa por el origen de coordenadas, calcule la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.
b) Calcule la derivada de la función $g(x) = (-3 + x^2) \cdot e^{2x-1}$

Modelo 2, bloque B. Ejercicio 3: Se considera la función $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x$.

a) Estudie su monotonía y calcule sus extremos.
b) Represente gráficamente la función.
c) Calcule $\int f(x)dx$.
d) Calcule el área del recinto acotado limitado por la gráfica de f y el eje de abscisas.

Modelo 2, bloque B. Ejercicio 4:

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$$f(x) = ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) \qquad g(x) = x^3 \cdot e^{2x^2}$$

b) Represente gráficamente la parábola $h(x) = x^2 + x + 1$, indicando el vértice y los puntos de corte.
c) Calcule el área del recinto limitado por la gráfica de h(x), el eje de abscisas y las rectas x = - ½ y x = 0.

Modelo 3, bloque B. Ejercicio 3:

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} -2x + 2a & si\ \ -4 \le x \le -2 \\ -2x^2 - 4a & si\ \ -2 < x \le 2 \\ -8x + b & si\ \ 2 < x \le 3 \end{cases}$

a) Calcule los valores de a y b para que la función sea continua en su dominio. Para esos valores, ¿es f derivable?
b) Para a = -2 y b = 16, estudie la monotonía de la función de f y calcule sus extremos relativos y absolutos.
c) Para a = -2 y b = 16, calcule el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje OX, y las rectas x = -2 y x = 2.

Modelo 3, bloque B. Ejercicio 4:

a) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

$f(x) = (5x^3 + 4x - 2)^2 \cdot \ln(2x^5 \cdot 4x^3 + x)$ $\qquad$ $g(x) = \dfrac{e^{3x^2} - 5x}{(6x^2+2)^3}$

b) Halle la función h(x) sabiendo que su derivada es $h'(x) = 4x^3 + x^2 - 4x - 1$ y que h(2) = 11/3.

Modelo 4, bloque B. Ejercicio 3:

Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & si \;\; x \le -1 \\ -3x^2 + 4 & si \;\; -1 < x < 1 \\ 2x - 1 & si \;\; x \ge 1 \end{cases}$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en todo su dominio.
b) Represente gráficamente la función f.
c) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de la función f, el eje de abscisas y las rectas x = 0 y x = 3.

Modelo 4, b B. Ejercicio 4: Una fábrica estima que sus costes de producción, expresados en miles de euros, vienen dados por la función $f(x) = x^2 - 6x + 10$, donde x es la cantidad semanal a producir expresada en miles de kilogramos.

a) ¿Cuál debe ser la producción semanal para que el coste sea mínimo? ¿Cuál es dicho coste?
b) Calcule la recta tangente a la función de costes en el punto de abscisa x = 4. Represente gráficamente la función de costes y la recta hallada.

Modelo 5, bloque B. Ejercicio 3: Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+1} & si \;\; x < 0 \\ x^2 - 2x & si \; x \ge 0 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.
b) Estudie la monotonía de la función f y calcule el mínimo.
c) Calcule $\int_{-2}^{2} f(x)dx$

Modelo 5, bloque B. Ejercicio 4: El número de diagnosticados de COVID-19 por PCR en Andalucía, medido en miles de personas, se aproxima por la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} -t^2 + 2t - 0.3 & si \;\; 0.2 \le t \le 1.8 \\ 0.1t - 0.12 & si \;\; 1.8 < t \le 5 \\ -0.5t^2 + 8.3t - 28.62 & si \;\; 5 < t \le 10 \end{cases}$$

Donde t es el tiempo medido en meses, a partir del inicio de conteo en el mes de marzo de 2020.

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de la función f en su dominio.
b) ¿En qué instante o instantes es máximo el número de diagnosticados? ¿Cuál es ese número?

Modelo 6, bloque B. Ejercicio 3: Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & si \;\; x < 1 \\ x^2 - bx + a & si \; x \ge 1 \end{cases}$$

a) Halle el valor de b para que f sea continua en IR.
b) Para b = 1/2, halle el valor de a para que f sea derivable en IR.
c) Para a < 0 y b = $\frac{1}{2}$, estudie el crecimiento y halle las abscisas de los extremos de la función f.
d) Para a = 0 y b = $\frac{1}{2}$, represente la región del plano delimitada por la gráfica de f, el eje de abscisas y las rectas x = 0 y x = 2. Calcule el área de dicha región.

Modelo 6, bloque B. Ejercicio 4: La cotización en bolsa de una empresa en un determinado día viene expresada, en euros, por la función c(t), con t∈ [0, 24] medido en horas. La variación instantánea de esta función es la derivada de c que viene dada por c´(t) = $0.03t^2 - 0.9t + 6$, con t ∈ (0, 24)

a) Estudie los intervalos en los que la función c es creciente.
b) Analice los puntos críticos de la función c, indicando en cuáles se alcanza el máximo y el mínimo relativos.
c) Halle la expresión analítica de la función c, sabiendo que la cotización en bolsa de la empresa era de 50 euros en el instante inicial.

Análisis del año 2022

Modelo 1, bloque B. Ejercicio 3:

a) Se considera la función f(x) = $x^3 + bx^2 + cx - 1$ donde b y c son números reales. Determine el valor de b y c para que la función f presente un extremo en el punto de abscisa x = 1/3 y además la gráfica de la función f pase por el punto (-2, -3).
b) Dada la función g(x) = $- x^3 - x^2 + x + 1$, realice el esbozo de su gráfica, estudiando los puntos de corte con los ejes coordenados y su monotonía. Determine el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de la función g y el eje de abscisas.

Modelo 1, bloque B. Ejercicio 4: El beneficio, en miles de euros, que se obtiene en una pequeña finca familiar por la venta de aceitunas, en miles de kilogramos, viene dado por la siguiente función:

$$B(x) = -0.02x^2 + 1.3x - 15,\ x \geq 0$$

a) Represente la función beneficio y calcule los puntos de corte con el eje OX.
b) ¿Para qué valores de x la finca no tiene pérdidas?
c) ¿Para qué número de kilogramos el beneficio será máximo? ¿Cuánto vale dicho beneficio?
d) ¿Cuántos kilogramos debe vender para obtener un beneficio de 5000 €?

Modelo 2, bloque B. Ejercicio 3: Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} a(x+1)^2 & si -3 \leq x \leq 1 \\ \frac{bx^2}{2} + 2 & si\ \ 1 < x \leq 2 \end{cases}$$ con a y b números reales.

a) Determine los valores de a y b para que f sea continua y derivable.
b) Para a = 1 y b = 2, esboce la gráfica de la función f y calcule el área del recinto limitado por la gráfica de f, el eje OX y las rectas x = - 2 y x = 1.

Modelo 2, bloque B. Ejercicio 4: Se considera la función $f(x) = \dfrac{x-3}{x+2}$

a) Determine el dominio de la función y estudie su monotonía y curvatura.
b) Calcule las ecuaciones de las asíntotas de f si existen. Calcule los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes de coordenadas.
c) Represente la gráfica de la función f.

Modelo 3, bloque B. Ejercicio 3: Los ingresos (I) y costes (C) de una discoteca, en miles de euros, en función del número de horas diarias que permanece abierta, vienen dados por las funciones:

$$I(x) = x^3 - x;\ \ C(x) = x^3 - x^2 + 6,$$

respectivamente. Sabiendo que la licencia del ayuntamiento no permite que este tipo de local permanezca más de 8 horas diarias, halle:

a) La función beneficio en función del número de horas diarias que la discoteca permanece abierta.
b) El número de horas que debe permanecer abierta para obtener beneficios.
c) En qué momento se tienen las mayores pérdidas y a cuánto ascienden.
d) El tiempo que debe permanecer abierta para obtener el máximo beneficio y a cuánto asciende.

Modelo 3, bloque B. Ejercicio 4: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{x+1} & si\ \ x > 1 \\ ax^2 + bx + 2 & si\ \ x \leq 1 \end{cases}$

Con a y b números reales.

a) Calcule a y b para que la función sea continua y derivable.
b) Para a = -1 y b = 1, realice un esbozo de la gráfica de la función f.
c) Para a = -1 y b = 1, halle el área del recinto acotado, limitado por la gráfica de f, la recta x = 1 y el eje OX.

Modelo 4, bloque B. Ejercicio 3: Se considera la función

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 16x + 17x \quad si \ x < -1 \\ \frac{1}{3}(10-5x) si -1 \leq x \leq 2 \\ \frac{3}{2} \ \ si \ x > 2 \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad y derivabilidad de f.
b) Represente gráficamente la función f.
c) Calcule el área de la región limitada por la gráfica de f y el eje de abscisas entre x = - 2 y x = 2.

Modelo 4, bloque B. Ejercicio 4: Se considera la función $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + 5$.
a) Obtenga las ecuaciones de las rectas tangentes a f que sean paralelas a la recta de ecuación y = -3x + 1.
b) Calcule la función F que verifique que $F'(x) = f(x)$ y $F(2) = 4$.

Modelo 5, bloque B. Ejercicio 3: Una empresa de fumigación sabe que los beneficios, en miles de euros, que obtiene en función de las hectáreas que le encargan fumigar mensualmente viene dada por la expresión

$$B(x) = - x^2 + 16x - 48$$

Además, por los problemas del personal, la empresa no puede fumigar más de 10 hectáreas al mes.
a) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar al mes para que la empresa tenga beneficios?
b) ¿Cuántas hectáreas tiene que fumigar para obtener el máximo beneficio mensual? ¿A cuánto asciende dicho beneficio?
c) Si un mes ha obtenido un beneficio de 7000 €, ¿cuántas hectáreas ha fumigado?

Modelo 5, bloque B. Ejercicio 4: Se considera la función $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x} \ \ si \ \ x > 1 \\ ax^2 + bx + 1 \quad si \ \ x \leq 1 \end{cases}$, con a y b números reales.
a) ¿Para qué valores de a y b la función es continua y derivable en x = 1?
b) Para a = -3 y b = 4, calcule los extremos relativos de f.
c) Para a = -2 y b = 3, calcule el valor de la integral $\int_{-1}^{3} f(x)dx$.