EJERCICIOS DE ANÁLISIS DE SELECTIVIDAD.
Ejercicios del archivo análisis 2013/18

Ejercicio 1.- [2'5 puntos] De entre todos los triángulos rectángulos de área 8 cm^2, determina las dimensiones del que tiene la hipotenusa de menor longitud.

Ejercicio 2.- [2'5 puntos] Calcula $\int \frac{dx}{2x\left(x+\sqrt{x}\right)}$ (Sugerencia: cambio de variable $t = \sqrt{x}$).

Ejercicio 3.- Sea $f : R \to R$ la función derivable definida por

$$f(x) = \begin{cases} a - x & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{b}{x} + \ln(x) & \text{si } x > 1 \end{cases}$$ donde ln denota el logaritmo neperiano.

a) [1'25 puntos] Calcula a y b.
b) [1'25 puntos] Para a = 3 y b = 2 calcula los extremos absolutos de f en el intervalo [0, e] (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 4.- Sea $f : R \to R$ la función definida por $f(x) = e^x \cos(x)$.
a) [1 punto] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 0.
b) [1'5 puntos] Calcula la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (0, 0).

Ejercicio 5.- Sea $f : R \to R$ definida por $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$.
a) [1'75 puntos] Halla a, b y c para que la gráfica de f tenga un punto de inflexión de abscisa $x = \frac{1}{2}$ y que la recta tangente en el punto de abscisa x = 0 tenga por ecuación $y = 5 - 6x$.
b) [0'75 puntos] Para a = 3, b = −9 y c = 8, calcula los extremos relativos de f (abscisas donde se obtienen y valores que se alcanzan).

Ejercicio 6.- Sean $f : R \to R$ y $g : R \to R$ las funciones definidas respectivamente por
$f(x) = \frac{|x|}{2}$ y $g(x) = \frac{1}{1+x^2}$
a) [1 punto] Esboza las gráficas de f y g sobre los mismos ejes y calcula los puntos de corte entre ambas gráficas.
b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto limitado por las gráficas de f y g.

Ejercicio 7.- [2'5 puntos] Se desea construir un depósito en forma de cilindro recto, con base circular y sin tapadera, que tenga una capacidad de 125 m^3. Halla el radio de la base y la altura que debe tener el depósito para que la superficie sea mínima.

Ejercicio 8.- [2'5 puntos] Sea f la función definida por $f(x) = x \ln(x + 1)$ para $x > -1$ (ln denota el logaritmo neperiano). Determina la primitiva de f cuya gráfica pasa por el punto (1, 0).

Ejercicio 9.- [2'5 puntos] Sabiendo que $\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{x-1}-\frac{a}{\ln x}\right)$ es finito, calcula a y el valor del límite (ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 10.- [2'5 puntos] Determina una función derivable f : R→R sabiendo que f(1) = −1 y que $f'(x) = \begin{cases} x^2-2x & \text{si } x<0 \\ e^x-1 & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$

Ejercicio 11.- Considera la función derivable f : R→R definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^x-e^{-x}}{2x} & \text{si } x<0 \\ ax+b & \text{si } x\geq 0 \end{cases}$$

a) [1'75 puntos] Calcula a y b.
b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = −1.

Ejercicio 12.- Considera el recinto limitado por las siguientes curvas $y = x^2$, $y = 2 - x^2$ e $y = 4$.
a) [1 punto] Haz un esbozo del recinto y calcula los puntos de corte de las curvas.
b) [1'5 puntos] Calcula el área del recinto.

Ejercicio 13.- Sea f la función definida por $f(x) = \frac{1}{2x}+\ln x$ para x > 0 (ln denota el logaritmo neperiano).
a) [1'75 puntos] Determina el punto de la gráfica de f en el que la pendiente de la recta tangente es máxima.
b) [0'75 puntos] Halla la ecuación de la recta normal a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 1.

Ejercicio 14.- [2'5 puntos] Calcula $\int_{-1}^{1}\ln(4-x)dx$ (ln denota el logaritmo neperiano).

Ejercicio 15.- [2'5 puntos] Sea f : R→R la función definida por $f(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$.
Halla b, c y d sabiendo que f tiene un máximo relativo en x = −1 y que $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)}{x-1}=4$

Ejercicio 16.- Sea f : R→R la función definida por $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.
a) [0'5 puntos] Calcula la ecuación de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa x = 2.
b) [0'75 puntos] Esboza el recinto limitado por la gráfica de f, la recta 2x + y − 7 = 0 y el eje OX, calculando los puntos de corte.
c) [1'25 puntos] Halla el área del recinto descrito en el apartado anterior.

Ejercicio 17.- [2'5 puntos] Calcula $\lim_{x\to 0}\frac{\tan x-\operatorname{sen}x}{x-\operatorname{sen}x}$.