

## A) Relaciones trigonométricas

1-. Demuestra que  $\text{sen}(\alpha + \pi) = -\text{sen}\alpha$ .

2-. Calcula el seno, coseno y tangente de  $75^\circ$ . (usa la suma de ángulos)

3-. Calcula el seno, coseno y tangente de  $15^\circ$ . (usa la diferencia de ángulos)

4-. Sabiendo que  $\text{sen}12^\circ = 0'2$  y  $\text{sen}37^\circ = 0'6$ . Calcula  $\text{sen}49^\circ$ ,  $\text{cos}49^\circ$ .

5-. a) Si  $\text{cos}78^\circ = 0'2$  y  $\text{sen}37^\circ = 0'6$ . Calcula el  $\text{sen}41^\circ$ ,  $\text{cos}41^\circ$ .

b) Se conoce  $\text{sen}\alpha = 0'6$  y  $\text{cos}\beta = 0'5$ , ambos agudos. Halla el seno y el coseno del ángulo  $\alpha - \beta$ . Resultado  $\text{sen} = \frac{3-4\sqrt{3}}{10}$ ,  $\text{cos} = \frac{4+3\sqrt{3}}{10}$

6-. Calcular las razones trigonométricas del ángulo  $90^\circ$  a partir de  $45^\circ$ .

7-. Calcula las razones trigonométricas de  $15^\circ$ , a partir de  $30^\circ$ .

8-. Si  $\text{sen}\alpha = -12/13$  y está en el tercer cuadrante, calcular las razones trigonométricas del ángulo doble y del ángulo mitad.

9-. EXTRA: Calcula el  $\text{sen}3\alpha$  en función del  $\text{sen}\alpha$ . Resultado  $3\text{sen}\alpha - 4\text{sen}^3\alpha$

10-. Resuelve las siguientes ecuaciones trigonométricas (\*\* los apartados con asterisco necesitan calculadora)

a)  $\text{cos}2x = \text{sen}x$

b)  $\text{cos}2x + \text{sen}x = 1$

c)  $\text{cos}2x + \text{cos}x = 0$

d) \*\*  $2\text{cos}^2x + \text{cos}2x \cdot \text{cos}x = 0$

e)  $\text{tg}2x = \text{cot}gx$

f) \*\*  $4\text{cos}2x + 3\text{cos}x = 1$

g) \*\*  $\text{sen}2x = \frac{1}{2} \text{cos}x$

h)  $\text{cos}2x = 1 + 2\text{sen}x$

i)  $\text{cos}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{2}$

j)  $\text{cos}\left(\frac{x+45^\circ}{2}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

k)  $\text{sen}\left(\frac{x+45^\circ}{2}\right) = \sqrt{3}$

l)  $\text{sec}x + \text{tg}x = 0$

m)  $6\text{cos}^2\left(\frac{x}{2}\right) + \text{cos}x - 1 = 0$

n)  $6\text{cos}^2x + 6\text{sen}^2x = 5 + \text{sen}x$

11-. Comprueba las siguientes igualdades trigonométricas

a)  $\text{cos}2\alpha = 2\text{cos}^2\alpha - 1$

b)  $\text{sen}2\alpha = \frac{2\text{tg}\alpha}{1+\text{tg}^2\alpha}$

c)  $\frac{\text{sen}2\alpha}{\text{sen}\alpha} - \frac{\text{cos}2\alpha}{\text{cos}\alpha} = \text{sec}\alpha$

d) EXTRA:  $\frac{2 \operatorname{sen} \alpha}{\operatorname{tg} 2 \alpha} = \cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha \operatorname{tg} \alpha$

**B) Resolución de triángulos**

1-. Resuelve los siguientes triángulos:

a)  $A = 42^\circ$ ,  $a = 50$  m y  $c = 60$  m

c)  $B = 70^\circ$ ,  $a = 10$  m y  $c = 9$  m

e)  $A = 90^\circ$ ,  $B = 30^\circ$  y  $a = 10$  m

g)  $A = 30^\circ$ ,  $a = 3$  cm y  $b = 8$  cm

i)  $C = 40^\circ$ ,  $a = 4$  m y  $c = 8$  m

b)  $B = 45^\circ$ ,  $b = 6$  m y  $c = 10$  m

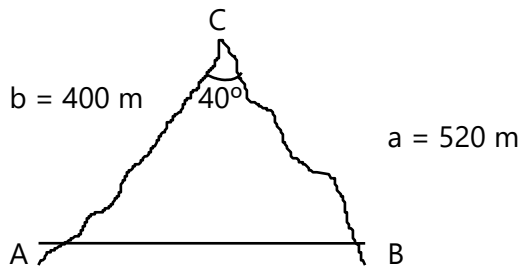
d)  $a = 8$  m,  $b = 20$  m y  $c = 12$  m

f)  $A = 45^\circ$ ,  $B = 75^\circ$  y  $c = 10$  m

h)  $A = 30^\circ$ ,  $a = 3$  cm y  $b = 4$  cm

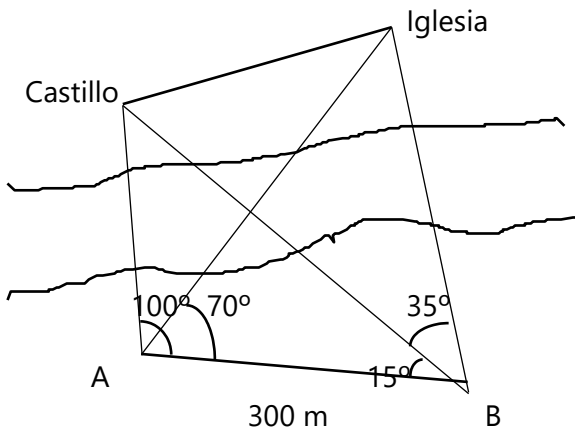
j)  $a = 8$  cm,  $b = 6$  cm y  $c = 5$  cm

2-. La figura muestra el corte transversal de una montaña, en la que se quiere construir un túnel. La cima o punto C, visible desde A y B, se encuentra a 400 m de A y 520 m de B y el ángulo C mide  $40^\circ$ . Calcula la longitud del túnel AB.



3-. Un faro de 50 m de altura está situado sobre un promontorio. Las distancias del extremo superior e inferior del faro a un barco son de 85 y 65 m, respectivamente. Halla la altura del promontorio.

4-. Observa el dibujo. ¿Cómo medirías la distancia del castillo a la iglesia del pueblo si te encontrases al otro lado de la autopista



- 5-** Dos barcos salen de un puerto, y desde un mismo punto, según dos rectas que forman entre sí un ángulo de  $60^\circ$ . Calcula la distancia que los separará al cabo de dos horas de navegación suponiendo que mantienen velocidades constantes de 50 y 65 Km/h.
- 6-** Dos pueblos "Marbella" y "Fuengirola" están situados en lados opuestos de una sierra. La distancia entre ambos pueblos es de 30 Km. La distancia de Marbella al pico más alto de la sierra es de 3 Km y el ángulo que forma la visual desde este pueblo al pico más alto es de  $40^\circ$ . Halla la distancia de Fuengirola al pico y la altura de éste.
- 7-** Estando situado a 87 m de un olmo, veo su copa bajo un ángulo de  $22^\circ$ . Mi amigo ve el mismo olmo bajo un ángulo de  $25^\circ$ . ¿A qué distancia está mi amigo del olmo?
- 8-** En la pirámide de Keops, cuadrangular, el lado de la base mide 230 m y el ángulo que forma una cara con la base es de  $52^\circ$ . Calcula la altura de la pirámide, la altura de la cara, la arista, el ángulo que forma la arista con la base, el ángulo de la cara en la cúspide y el volumen de la pirámide.
- 9-** Un barco B pide socorro recibiendo las señales en dos estaciones de radio A y C, que distan entre sí 50 Km. Desde cada estación se miden los ángulos BAC y BCA que miden  $46^\circ$  y  $53^\circ$ , respectivamente. ¿Qué estación llegará primero a prestar auxilio al barco si de la estación A el barco de rescate navega a 50 km/h y el barco de la estación C navega a 40 km/h?
- 10-** En un sendero de montaña, para cruzar un desfiladero por el que circula un río, se coloca un puente que mide 30 m. El ángulo que forma el puente con las pendientes inclinadas del desfiladero es de  $80^\circ$  y  $75^\circ$ . ¿A qué altura se encuentra el puente?
- 11-** Desde una playa puedes ver la cima de una montaña con un ángulo de  $25^\circ$  y un faro de 20m situado sobre esa montaña con un ángulo de  $30^\circ$ . Calcula la altura de la montaña y la distancia al faro (en horizontal).
- 12-** Tenemos dos ciudades (A y B) separadas por una montaña. Queremos saber cuánto mide el túnel que las uniría (línea discontinua). Pero no podemos llegar a medir esa distancia porque un gigantesco río nos impide acercarnos. Haciendo uso de tus conocimientos matemáticos, se te ocurre una solución y desde la otra orilla del río, desde el punto C y el punto D, situados a 5 km de distancia entre ellos, tomas medidas de los ángulos. ¿Qué distancia separa a las ciudades A y B?

