

Ejercicios de vectores

**Concepto de vector**

1-. Dibuja el vector  $\vec{v} = (2, -3)$ . Dibuja  $\vec{AB}$  siendo  $A = (2, 2)$  y  $B = (4, -1)$

2-. Dibuja los puntos  $A(3, 0)$ ,  $B(2, -2)$  y  $C(1, 3)$ . Calcula las coordenadas de los vectores  $\vec{AB}$ ,  $\vec{BA}$ ,  $\vec{AC}$ ,  $\vec{CA}$  y  $\vec{BC}$ .

3-. Sabiendo que el vector  $\vec{AB} = (5, -2)$  y el punto  $B = (12, -3)$ , calcula las coordenadas del punto A.

4-. Sabiendo que el vector  $\vec{AB} = (8, 0)$  y el punto  $A = (-1, 1)$ , calcula las coordenadas del punto B.

5-. Calcula el módulo de los vectores  $\vec{AB}$  de los ejercicios 4 y 5.

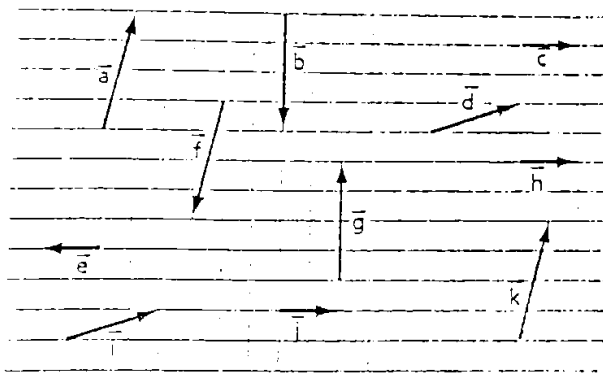
6-. Comprueba si los siguientes vectores son paralelos o no:

a)  $\vec{u} = (2, 5)$   $\vec{v} = (-4, 10)$

b)  $\vec{u} = (4, 3)$   $\vec{v} = (-2, -3/2)$

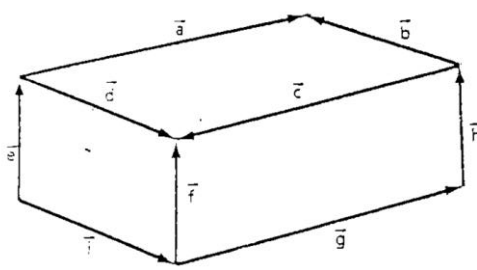
c)  $\vec{u} = (-15, 27)$   $\vec{v} = (-5, 9)$

7-. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:



$$\begin{aligned} \vec{a} &= \vec{f} \\ \vec{a} &= -\vec{f} \\ \vec{f} &= -\vec{k} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \vec{c} &= \vec{e} \\ \vec{c} &= \vec{j} \\ \vec{e} &= -\vec{j} \end{aligned}$$

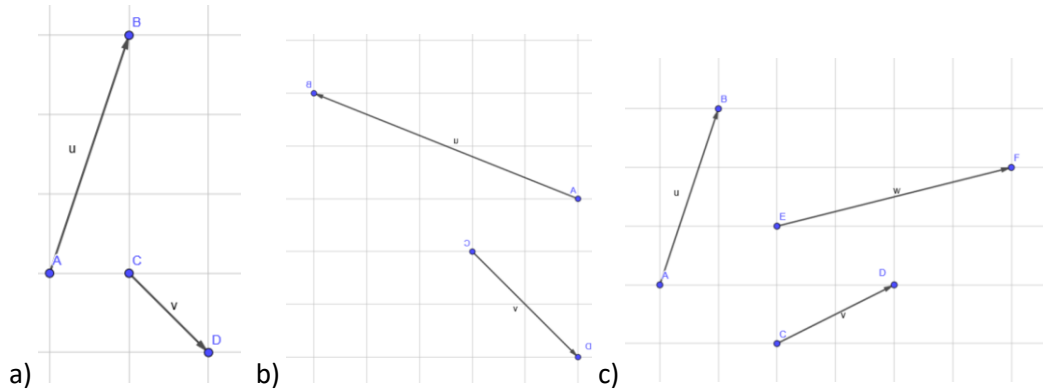
8-. Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones:



$$\begin{aligned} \vec{a} &\parallel \vec{g} \\ \vec{a} &\parallel \vec{f} \\ \vec{c} &\parallel \vec{e} \\ \vec{c} &\parallel \vec{d} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \vec{h} &= \vec{e} \\ \vec{h} &= \vec{f} \\ \vec{f} &= \vec{e} \\ \vec{f} &= \vec{d} \end{aligned}$$

## Operaciones con vectores

9-. Dados los siguientes vectores, dibújate una cuadrícula en tu cuaderno, dibuja en ella los vectores y obtén gráficamente su suma y su diferencia (en el c solo la suma):



10-. A partir de las gráficas del ejercicio anterior, obtén las coordenadas de los vectores y comprueba que la suma y diferencia de sus coordenadas coinciden con los resultados del ejercicio anterior.

11-. Dibuja y Suma los vectores  $\vec{a} = (2,5)$  y  $\vec{b} = (3,-1)$ .

12-. Sean los vectores  $\vec{a} = (2,5)$  y  $\vec{b} = (3,-1)$ , calcular  $\vec{b} - \vec{a}$ .

13-. Halla x e y para que se cumplan las siguientes igualdades:

a)  $3(x,2y) = (-1,5)$

b)  $-2(-1,y) = 6(x,x-y)$

14-. Efectuar las siguientes operaciones:

a)  $(5+2) + (-2,3)$

b)  $(-2,3)+(5+2)$

b)  $[(6,-1) + (-3,5)] + (2,4)$

c)  $(6,-1) + (-3,5) + (2,4)$

d)  $(7,5) + (0,0)$

e)  $(7,5) + (-7,-5)$

15-. Efectuar las siguientes operaciones:

a)  $-2(3,4) + (7,-1)$

b)  $-2(3,4) + (-2)(7,-1)$

c)  $(-5+3)(4,-1)$

d)  $6[3(2,-4)]$

## Combinación lineal de vectores - Bases

16-. Averigua cuáles de los siguientes conjuntos son l.d. y cuáles son l.i.:

$B = \{\vec{a}_1 = (2,1), \vec{a}_2 = (0,3), \vec{a}_3 = (-1,3), \vec{a}_4 = (4,5)\}$

$B = \{\vec{u} = (1,1), \vec{v} = (2,2)\}$

$B = \{\vec{u} = (3,1), \vec{v} = (2,3)\}$

$B = \{\vec{u} = (2,-1), \vec{v} = (6,-3)\}$

$B = \{\vec{u} = (2,-1), \vec{v} = (0,0)\}$

$$B = \{\vec{u}=(1/3,1/2), \vec{v}=(2,3)\}$$

$$B = \{\vec{u}=(3,1)\}$$

$$B = \{\vec{u}_1=(1,2), \vec{u}_2=(-2,-3), \vec{u}_3=(0,-1)\}$$

17-. Di qué conjuntos del ejercicio 17 son bases.

18-. Dado el vector  $\vec{a} = (3,2)$  respecto de la base canónica, calcula sus coordenadas respecto de las bases:

a)  $\{(1,0), (0,2)\}$

D)  $\{(1,3), (2,1)\}$

b)  $\{(1/3,1), (0,1)\}$

E)  $\{(3,1), (2,3)\}$

C)  $\{(5,1), (3,2)\}$

19-. Calcular a para que  $\vec{u}$  y  $\vec{v}$  sean l.d.

a)  $\vec{u}=(a,1)$  y  $\vec{v}=(2,3)$

b)  $\vec{u}=(2,3)$  y  $\vec{v}=(a,-1)$

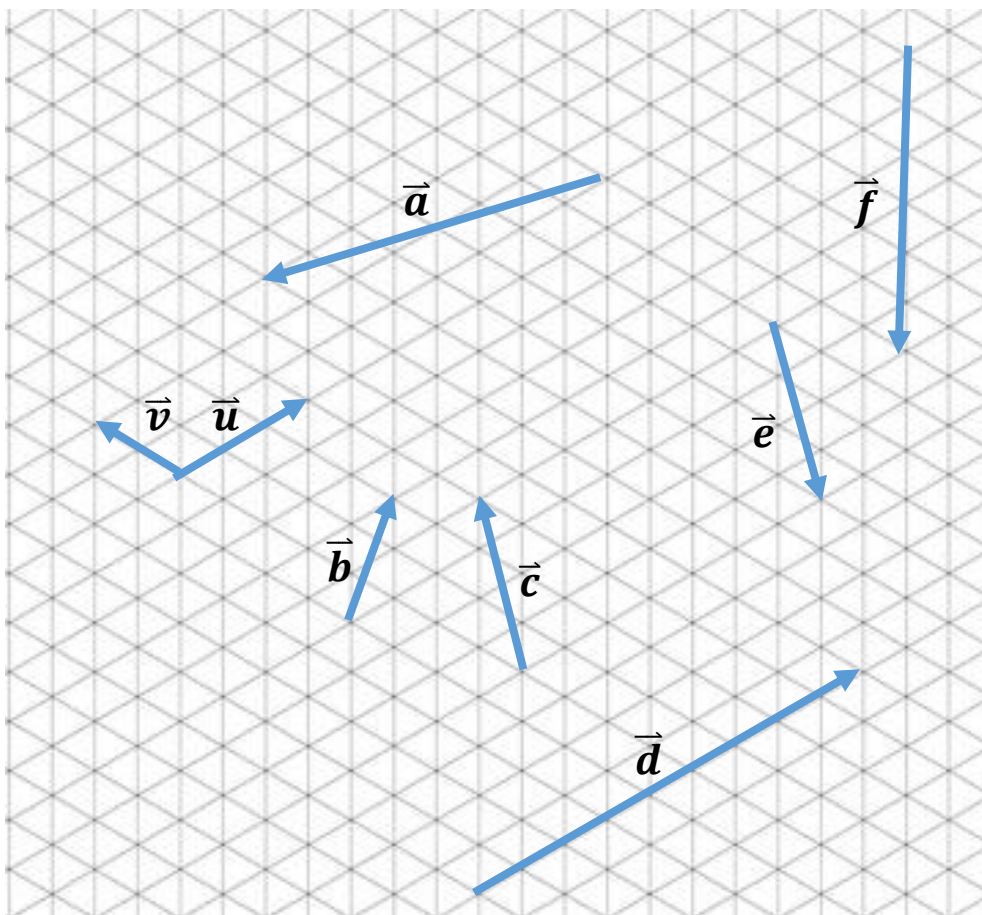
c)  $\vec{u}=(0,1)$  y  $\vec{v}=(2,a)$

¿y para que sean l.i.?

20-. La combinación lineal de dos vectores paralelos, ¿es necesariamente otro vector paralelo a ellos?

21-. Observa el sistema de referencia formado por los vectores que la base  $B = \{\vec{u}, \vec{v}\}$ .

En función de esta base obtener:



Calcula las coordenadas de todos los demás vectores en ese sistema de referencia.

En ese sistema de referencia ¿Cuánto sería  $\vec{a} - (\vec{b} + \vec{c})$ ?

### Producto escalar

22-. Calcular el producto escalar de  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$  sabiendo que  $|\vec{u}| = 2$ ,  $|\vec{v}| = 3$  y que forman un ángulo de  $30^\circ$ .

23-. Calcular el producto escalar de  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$  sabiendo que  $\vec{U} = (2, 3)$  y  $\vec{V} = (-1, 0)$ .

24-. Halla la proyección del vector  $\vec{V} = (5,3)$  sobre el vector  $\vec{U} = (1,1)$ .

25-. Calcular el ángulo formado por los vectores:

$\vec{U} = (5,2)$  y  $\vec{V} = (-5,-2)$

b)  $\vec{U} = (4,6)$  y  $\vec{V} = (2,3)$

$\vec{U} = (4,6)$  y  $\vec{V} = (3,-2)$

d)  $\vec{U} = (-1,0)$  y  $\vec{V} = (0,3)$

26-. Las coordenadas de  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$  respecto de la base canónica son  $\vec{U} = (-2,1)$  y  $\vec{V} = (3,4)$ . Calcular  $\vec{U} \cdot \vec{V}$ ,  $\vec{V} \cdot \vec{U}$ ,  $|\vec{U}|$ ,  $|\vec{V}|$ , los módulos de  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$ , y el ángulo que forman.

27-. Hallar el ángulo formado por los vectores  $\vec{U} = -5\vec{i} + 12\vec{j}$  y  $\vec{V} = 8\vec{i} - \vec{j}$

### Más ejercicios con vectores

28-. Dados los vectores  $\vec{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$ ,  $\vec{OB} = 5\vec{i} + 5\vec{j}$ ,  $\vec{OC} = -3\vec{i} - \vec{j}$  y  $\vec{OD} = -6\vec{i} - \vec{j}$  demostrar que la figura ABCD es un paralelogramo y calcular su perímetro.

29-. Dado los vectores  $\vec{U} = (2,4)$  y  $\vec{V} = (3,1)$ , hallar el módulo del vector  $\vec{U} - \vec{V}$

30-. Dos vectores  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$  son tales que  $|\vec{u}| = 10$ ,  $|\vec{v}| = 10\sqrt{3}$  y  $|\vec{u} + \vec{v}| = 20$ . Hallar el ángulo que forman los vectores  $\vec{U}$  y  $\vec{V}$ .

31-. ¿Puede ser el módulo del vector suma de dos vectores de módulos 10 y 5, respectivamente, mayor que 15? ¿Y menor que 4?

32-. Dados los vectores  $\vec{U} = (7,4)$  y  $\vec{V} = (4, x)$ , calcula x para que:

a) sean perpendiculares

b) sean paralelos

c) formen un ángulo de  $30^\circ$

33-. Dado  $\vec{U} = (4,3)$ :

a) Dibuja y calcula las coordenadas de un vector de la misma dirección, sentido y de módulo uno.

b) Las coordenadas de un vector con la misma dirección, sentido y de módulo 3.

34-. Dado el vector  $\vec{U} = (4, -7)$ , encontrar dos vectores que tengan la misma dirección que  $\vec{U}$  y que sean unitarios.

35-. Calcular el valor de m y n para que los vectores  $\vec{U} = (1/2, m)$  y  $\vec{V} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, n\right)$

a) sean unitarios.

B) Para que  $\vec{U}$  sea ortogonal a  $\vec{a} = (2, 3)$

36-. Calcular x para que el vector  $\vec{U} = (1, 3)$  sea ortogonal a  $\vec{V} = (x, 2)$ .

37-. Resuelve los siguientes apartados:

a) Determina un vector ortogonal a  $\vec{V} = (4, 3)$ .

b) Determina todos los vectores ortogonales a  $\vec{V} = (4, 3)$ .

c) Determina todos los vectores ortogonales a  $\vec{V} = (4, 3)$  y con módulo igual que  $\vec{V}$ .

d) Determina todos los vectores ortogonales a  $\vec{V} = (4, 3)$  y con módulo uno.

38-. Lo mismo de los apartados c y d para los vectores  $\vec{a} = (-1, 1)$ ,  $\vec{b} = (1, 4)$  y  $\vec{c} = (3, -7)$ .

39-. Dado los vectores  $\vec{U} = (1, 2)$  y  $\vec{V} = (3, 5)$ , expresa  $\vec{V}$  como suma de dos vectores, uno con la misma dirección que  $\vec{U}$  y otro ortogonal a  $\vec{V}$ .

40-. Calcula un vector unitario y ortogonal a  $\vec{U} = (1, 2)$ .

41-. Calcula un vector de módulo 10 y paralelo a  $\vec{U} = (3, 4)$ .

42-. Calcula un vector de módulo 2 y ortogonal a  $\vec{U} = (-1, 2)$ .

43-. Si tenemos los puntos A = (3,4) y B = (2,1) situados sobre el plano cartesiano, encuentra las coordenadas de un punto C tal que el ángulo formado por  $\overline{AB}$  y  $\overline{BC}$  sea de  $60^\circ$ .

44-. Halla un vector  $\vec{v}$  de módulo 5 sabiendo que  $\vec{u} \cdot \vec{v} = -14$  y  $\vec{u} = (6, 8)$ .

45-. Comprueba si A(2,3), B (4,5) y C (6,7) están alineados (sin dibujarlos).

46-. Calcula el valor de m para que A(2,6), B(5,8) y C(17,m) estén alineados.

47-. La suma de dos vectores es el vector (6,8). La diferencia es (2, -2) ¿Cuáles son esos dos vectores?

48-. Dados los puntos A(-3,-1) y B (4,2), divide el segmento  $\overline{AB}$  en tres partes iguales.

49-. Halla los simétricos de los puntos A(2,-5) y B(-1,3) respecto del punto C(2,1).

50-. Dados los puntos A(3,0) B(1,4) C(-1,3) y D(-1,-2) Calcula el perímetro del cuadrilátero ABCD y el ángulo que forman los vectores.

51-. Dados los puntos A(6, -2), B(2, 5) y C(-1, 2), calcula el punto D para que formen un paralelogramo.

52-. Dados los vectores  $\vec{a} = (2x, 5)$  y  $\vec{b} = (7, y)$ . Calcula x e y sabiendo que el módulo del primero es  $5\sqrt{5}$  y que  $\vec{a}$  es perpendicular a  $\vec{b}$

53-. Dados dos vectores perpendiculares de módulo 2 y 3 respectivamente. Calcular  $|\vec{a} + \vec{b}|$  y  $|\vec{a} - \vec{b}|$

54-. Dado el triángulo cuyos vértices son A(-1,0), B(3,2) y C(-1,2) calcula:

- a) La longitud de sus lados.
- b) El ángulo B
- c) El área del triángulo